

Использование
информационно-
образовательной
среды УМК «Сферы»
по математике
для 5-9 классов
для подготовки
к исследованиям
качества образования



ПРОСВЕЩЕНИЕ

Единая система оценки качества образования



ГИА

Государственная
итоговая аттестация
9 и 11 классы

ВПР

Всероссийские
проверочные работы

НИКО

Национальные
исследования
качества
образования

МИ

Международные
исследования

Общероссийская оценка по модели PISA

Приказ МИНПРОСВЕЩЕНИЯ N 219,
РОСОБРНАДЗОРА приказ N 590, от 06.05.2019

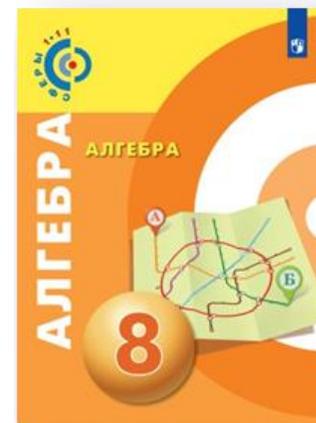
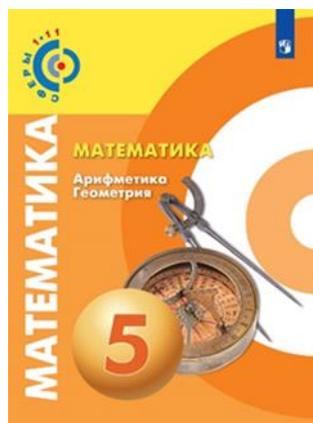


Учебно-методический комплекс «Сферы» по математике 5-9 классы

Авторы: Е.А. Бунимович, Г.В. Дорофеев, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, Л.О. Рослова, С.Б. Суворова, А.В. Берсенев, Н.Н. Сафонова



Е.А. Бунимович



- Включены в Федеральный перечень учебной литературы, рекомендованной к использованию в образовательных организациях.
- Линия рассчитана на любой уровень начальной подготовки.
- Представленный в различных видах учебный материал позволяет эффективнее формировать умение работать с разными источниками информации.





УМК «Сферы» по математике для 5-9 классов

УМК «Сферы» - качественно новый образовательно-издательский проект, который создаёт информационно-образовательную среду.

Учебно-методические комплексы «Сферы» - это многокомпонентные образовательные продукты для общеобразовательных организаций. УМК «Сферы» предоставляют возможность изучать предметы на основе работы в едином информационном поле, реализованном через взаимосвязь всех компонентов комплекса, облегчают поиск, освоение и интерпретацию информации, изменяют роль и функцию учителя от носителя и транслятора информации к организатору учебной деятельности.

Отличительные особенности УМК «Сферы»:

- Единый методический, информационный и дизайнерский подход, учитывающий возрастные психофизиологические особенности школьников.
- Наличие полного пакета пособий на бумажных и электронных носителях, обеспечивающего комплексность и преемственность всех уровней школьного образования.
- Широкие возможности для дифференциации и индивидуализации обучения.
- Наличие «навигационной» системы, позволяющей применить единую технологию обучения.
- Подача материала с использованием современных информационных технологий.
- Весь состав УМК позволяет выполнить главные задачи в обучении: заинтересовать, обучить, развить.

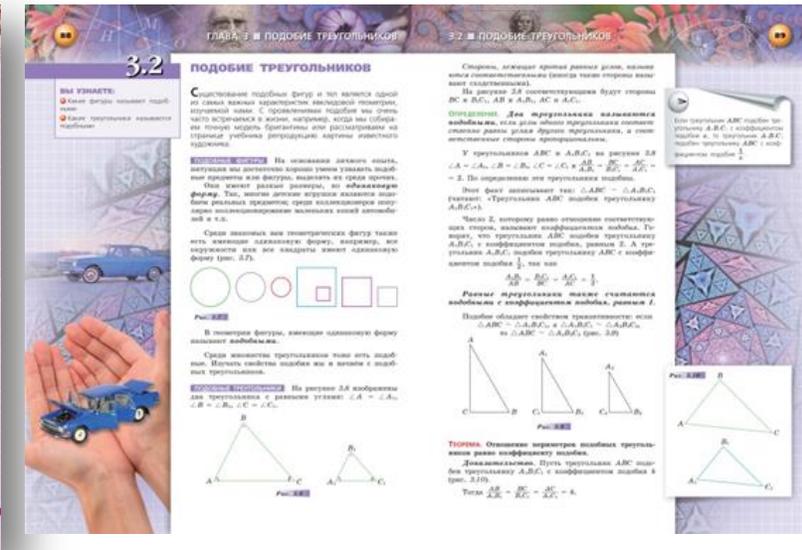
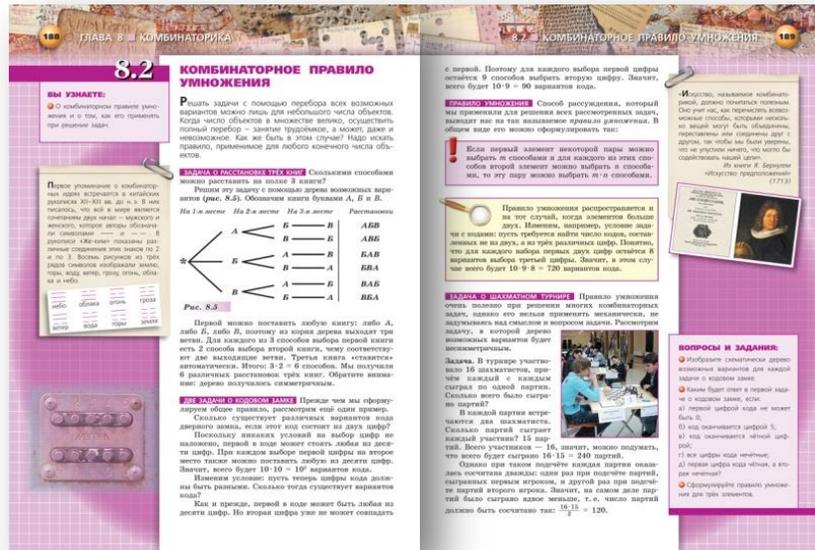
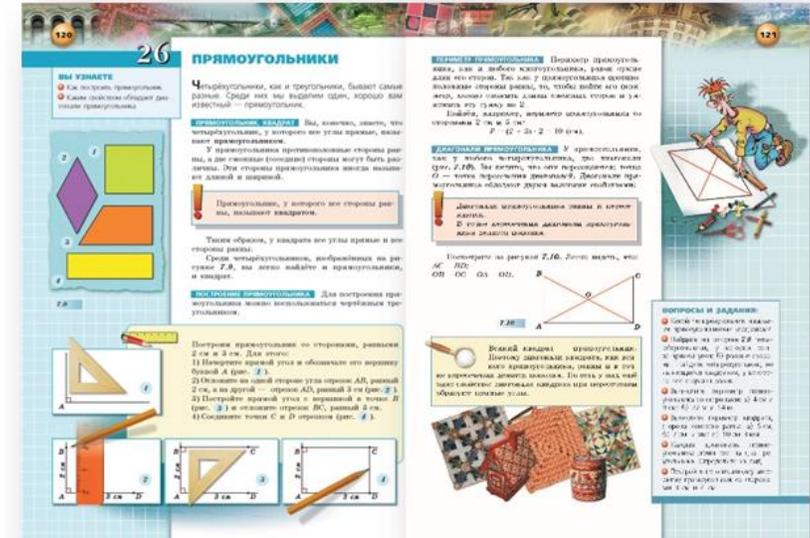
Структурные особенности учебников



- УМК разработан в соответствии с требованиями ФГОС.
- Единая навигационная система.
- Система заданий, направленная на формирование универсальных учебных действий.
- Фиксированный формат.
- Красочный иллюстративный ряд.

Состав УМК

- учебник,
- рабочие программы,
- поурочные методические рекомендации,
- тетрадь-тренажёр,
- задачник,
- тетрадь экзаменатор,
- ЭФУ



Сайт УМК «Сферы»



Не защищено | spheres.prosv.ru

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

СФЕРЫ

Математика и информатика
География
Русский язык и литература
История
Обществознание
Биология
Физика и Астрономия
Химия
Английский язык

Новинка!!!
КОМПЛЕКСНЫЙ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОДУКТ
«СФЕРЫ 1-11»

Издательство «Просвещение»
Адрес: 127473, Москва,
ул. Краснопролетарская, д.16, стр.3, подъезд 8,
бизнес-центр «Новослободский»

Тел.: (495) 789-30-40
Факс: (495) 789-30-41

© 2007-2019
Издательство «Просвещение»

Поиск по сайту
Поиск

Подписка на рассылку новостей.
Ваш@email

ПРОСВЕЩЕНИЕ
СФЕРЫ МАТЕМАТИКА

Главная ИОС «Сферы» Фото/Видео Задать вопрос Где купить

Математика > Комплекс

УМК по математике и информатике

УМК по математике

УМК "Математика, Арифметика, Геометрия, 5 класс"

УМК "Математика, Арифметика, Геометрия, 6 класс"

УМК по алгебре

УМК "Алгебра, 7 класс"

УМК "Алгебра, 8 класс"

УМК "Алгебра, 9 класс"

УМК по информатике

УМК "Информатика, 7 класс"

УМК "Информатика, 8 класс"

УМК "Информатика, 9 класс"

Издательство «Просвещение»
Адрес: 127473, Москва,
ул. Краснопролетарская, д.16, стр.3, подъезд 8,
бизнес-центр «Новослободский»

Тел.: (495) 789-30-40
Факс: (495) 789-30-41

© 2007-2019
Издательство «Просвещение»

Меню раздела
Новости
Вебинары Центра «Сферы»
Методическая поддержка, Математика
Историческая поддержка, Информатика
Работы учителей
Работы учеников
УМК «Сферы» по математике и информатике
Листовки и каталоги

Новости

05.10.2018
Поздравляем с Днём учителя!

24.09.2018 12:38:00
Вышел в свет Сборник примерных рабочих программ по математике

03.09.2018
Поздравляем с Днём знаний!

16.07.2018
Поздравляем с Днём Рождения Виктора Павловича Дронова!

03.05.2018 09:00:00
Обновлен план вебинаров Центра «Сферы»

ПРОСВЕЩЕНИЕ
СФЕРЫ МАТЕМАТИКА

Главная ИОС «Сферы» Фото/Видео Задать вопрос Где купить

Математика > Методическая поддержка

Методическая поддержка, Математика

Программы курсов

Тематическое планирование

Поурочные разработки

Рабочие программы по математике, 5-6 классы

Критерии оценивания проверочных работ в 5 классе

Критерии оценивания проверочных работ в 6 классе

Соответствие нумерации заданий тетради-тренажера 5 класса разным изданиям

Математика, Арифметика, Геометрия, Поурочные методические рекомендации, 5 класс. (Сафонова Н. В.)

Математика, Арифметика, Геометрия, Поурочные методические рекомендации, 6 класс. (Сафонова Н. В.)

Издательство «Просвещение»
Адрес: 127473, Москва,
ул. Краснопролетарская, д.16, стр.3, подъезд 8,
бизнес-центр «Новослободский»

Тел.: (495) 789-30-40
Факс: (495) 789-30-41

© 2007-2019
Издательство «Просвещение»

Меню раздела
Новости
Вебинары Центра «Сферы»
Методическая поддержка, Математика
Историческая поддержка, Информатика
Работы учителей
Работы учеников
УМК «Сферы» по математике и информатике
Листовки и каталоги

Новости

05.10.2018
Поздравляем с Днём учителя!

24.09.2018 12:38:00
Вышел в свет Сборник примерных рабочих программ по математике

03.09.2018
Поздравляем с Днём знаний!

16.07.2018
Поздравляем с Днём Рождения Виктора Павловича Дронова!

03.05.2018 09:00:00
Обновлен план вебинаров Центра «Сферы»

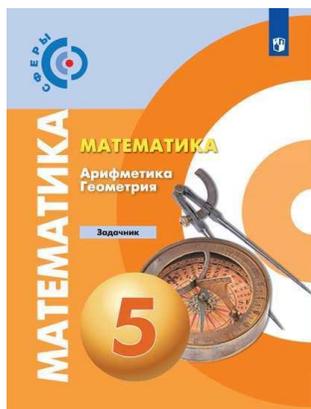


Состав УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов

Авторы: Е.А. Бунимович, Г.В. Дорофеев, Л.В. Кузнецова,
С.С. Минаева, Л.О. Рослова, С.Б. Суворова



Электронное приложение



Задачник



Тетрадь-тренажёр



Тетрадь-экзаменатор



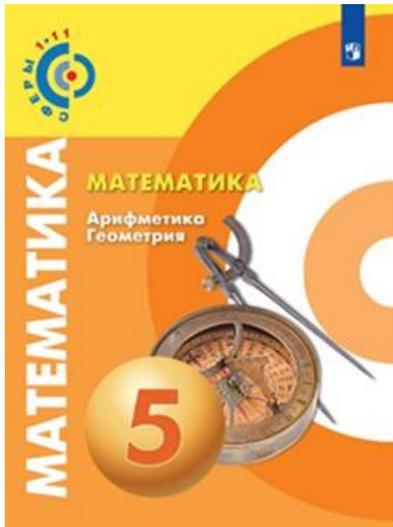
Поурочное тематическое планирование



Программы



УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов



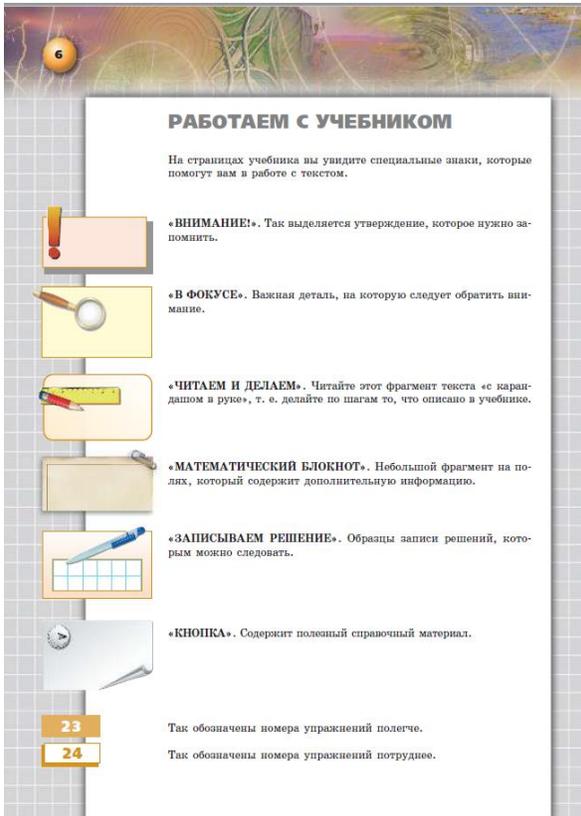
- Учебник выполняет функцию «навигатора» во всей системе УМК.
- Данный учебник открывает линию учебно-методического комплекса по математике «Сферы». Именно он является основой УМК «Сферы». В нём наиболее полно использованы и традиционные законы создания учебной книги, и новые подходы к процессу обучения.
- Содержательная, методическая и наглядно-иллюстративная составляющие учебника являются единым целым. Поэтому учебник имеет фиксированный в тематических разворотах формат, при котором ритмично повторяются структурные элементы каждой темы и каждого урока, а ритмичность подкрепляется дизайнерским решением. Иллюстрации являются самостоятельным источником информации.
- Содержательно материал учебника направлен на продолжение формирования центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования школьников. При его создании использованы концептуальные идеи учебников «Математика, 5-6» под редакцией Г.В. Дорофеева и И.Ф. Шарыгина.
- Курс представлен как арифметико-геометрический с включением элементов алгебры. Кроме того, к нему отнесено начало изучения вероятностно-статистической линии, а также элементов раздела «Логика и множества».

Особенности учебников по математике для 5-6 классов



Обучению учащихся работать с математическими текстами в учебниках УМК «Сферы» служит целый комплекс средств.

- Содержание каждого пункта учебника располагается на отдельном развороте, причем, оно строго структурировано.
- Содержание разбито на отдельные смысловые фрагменты, внутри каждого подпункта выделяются утверждения, которые необходимо запомнить (рубрика «Внимание!»), важные детали, на которые полезно обратить внимание (рубрика «В фокусе»).
- Чтобы освоить вычислительный алгоритм или алгоритм построения геометрической фигуры, недостаточно прочесть текст - описанные в тексте действия надо повторить, поэтому для чтения математического текста характерным является «чтение с карандашом в руке». Поэтому соответствующие фрагменты текста выделены в рубрику «Читаем и делаем».
- К этим же подпунктам могут относиться и дополнения исторического характера, вынесенные в рубрику «Математический блокнот», образцы записи, оформленные в рубрике «Записываем решение».
- Помогает усвоению основного содержания пункта и рубрика «Вопросы и задания», в рамках которой предлагается что-то найти в тексте, переформулировать, привести свои примеры, объяснить.



Особенности учебников по математике для 5-6 классов



Глава 5

УГЛЫ И МНОГОУГОЛЬНИКИ

- КАК ОБОЗНАЧАЮТ И СРАВНИВАЮТ УГЛЫ
- ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ
- МНОГОУГОЛЬНИКИ

ИНТЕРЕСНО

Древние строители возводили храмы, подчиняясь ряду правил: здания должны были иметь в основаниях определённые фигуры и располагаться по сторонам света. Для этого надо было уметь строить прямой угол, квадрат, прямоугольный треугольник.

Для построения прямого угла древние египтяне натягивали связанную за концы верёвку, разделённую на 12 равных частей узелками, на три кольца. Получался треугольник со сторонами 3, 4 и 5, один из углов которого прямой. Этот треугольник так и называют — египетский.

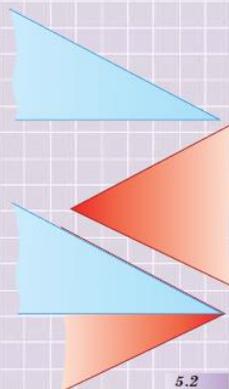
80

ГЛАВА 5 УГЛЫ И МНОГОУГОЛЬНИКИ

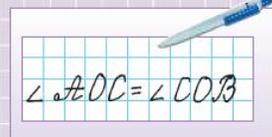
17

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Новую фигуру — угол
- Что такое биссектриса угла
- Какие бывают виды углов



5.2



Слово «биссектриса» имеет латинское происхождение, означает оно «надвое рассекать».

КАК ОБОЗНАЧАЮТ И СРАВНИВАЮТ УГЛЫ

Точка, отмеченная на прямой, разбивает её на два луча. Сама эта точка является для получившихся лучей началом. Но можно провести два луча с общим началом и так, чтобы они не составляли прямую.

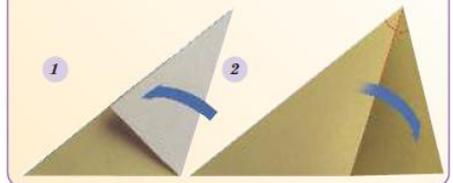
УГОЛ Проведём на листе бумаги два луча AB и AC с общим началом в точке A (рис. 5.1). Мы получим угол. Лучи AB и AC называют *сторонами* угла, точку A — его *вершиной*. Сам угол обозначают так: $\angle BAC$ (или $\angle CAB$). Этот же угол можно обозначить и короче, по его вершине: $\angle A$.

Углы, как и отрезки, можно сравнивать между собой. Чтобы сравнить два угла, можно наложить их друг на друга, как показано на рисунке 5.2.

Легко увидеть, что первый угол меньше, так как он целиком оказался внутри второго. Если при наложении одного угла на другой они совпадут, то эти углы равны.

БИССЕКТРИСА УГЛА Посмотрите на рисунок 5.3. Луч OC делит угол $\angle AOB$ на два равных угла: $\angle AOC = \angle COB$. Этот луч — биссектриса угла AOB .

Возьмите угол, вырезанный из листа бумаги. Сложите его так, чтобы стороны угла совпали (рис. 1). Разогните лист — линия сгиба будет биссектрисой этого угла (рис. 2).



5.3

17 КАК ОБОЗНАЧАЮТ И СРАВНИВАЮТ УГЛЫ

81

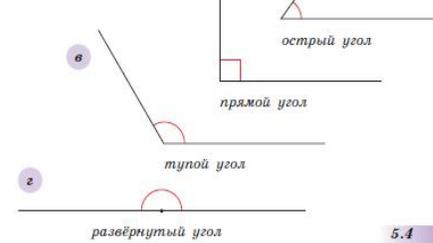
ВИДЫ УГЛОВ

Выделяют такие виды углов: прямой угол, развёрнутый угол, острый угол и тупой угол (рис. 5.4).

Среди всех углов особое место занимает прямой угол (рис. 5.4, б). Он встречается нам постоянно. Так, на клетчатой бумаге линии пересекаются под прямым углом. Этот угол можно легко построить с помощью чертёжного угольника.

Считают, что лучи, составляющие прямую, также образуют угол. Этот угол называют развёрнутым углом, она разделит его на два прямых угла.

Угол, меньший прямого, называется острым углом (рис. 5.4, а), а угол, больший прямого, но меньший развёрнутого, — тупым (рис. 5.4, в).



5.4

Развёрнутый угол равен сумме двух прямых углов, а прямой угол составляет половину развёрнутого.

А может ли угол быть больше развёрнутого? Да, ведь, говоря точнее, два луча с общим началом образуют не один угол, а два. И если это не два развёрнутых угла, то один из них меньше развёрнутого, а другой — больше.

Представление о том, что такое угол, можно получить, посмотрев на веер. По мере раскрытия веера получаются различные углы — от острого до развёрнутого.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сколько углов на рисунке 5.3? (Укажите и углы, большие развёрнутого.)
- Что называют биссектрисой угла?
- Начертите развёрнутый угол и проведите его биссектрису. Какие углы у вас получились?
- Найдите прямые углы в окружающей вас обстановке.

Особенности учебников по математике для 5-6 классов



12

СТЕПЕНЬ ЧИСЛА

ВЫ ЗНАЕТЕ

- Что означают такие записи, как 3^4 ?
- Как называются такие выражения и как вычисляют их значения?

В десятичной системе счисления важное значение имеют степени числа 10. Вот некоторые из них:

Степень	Название числа
10^6	миллион
10^9	миллиард
10^{12}	триллион
10^{15}	квадриллион
10^{18}	квинтиллион

Для записи числа в виде суммы разрядных слагаемых используют степени числа 10:

$$3046 = 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6 = 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 6$$

Вы знаете, что сумму, в которой все слагаемые равны, можно записать короче — в виде произведения. Часто приходится вычислять и произведения, в которых все множители равны. В математике также есть специальный способ для более короткой записи таких произведений.

ПОНЯТИЕ СТЕПЕНИ Рассмотрим примеры.

1) Чему равна площадь квадрата со стороной 5 см? Чтобы ответить на этот вопрос, надо найти значение произведения $5 \cdot 5$. Его можно записать короче: 5^2 .

2) Сколько стеклянных шариков поместится в коробку, если каждый слой шариков состоит из 5 рядов, по 5 шариков в каждом, и в коробку помещается 5 таких слоёв?

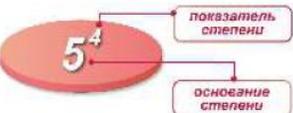
Для ответа на этот вопрос надо вычислить произведение $5 \cdot 5 \cdot 5$. Его можно записать так: 5^3 .

Точно так же произведение четырёх множителей, каждый из которых равен 5, записывают в виде 5^4 :

$$4 \text{ множителя} \quad 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

Выражения 5^2 , 5^3 , 5^4 — это примеры степеней. Рассмотрим последнее из этих выражений: 5^4 . В этом выражении число 5 — основание степени, а число 4 — показатель степени. Основание степени — это повторяющийся множитель, а показатель степени равен числу «повторений», т. е. он указывает, сколько одинаковых множителей содержится в произведении. Читают выражение 5^4 так: «Пять в четвёртой степени».

Чтобы найти значение выражения 5^4 , или, как говорят иначе, возвести 5 в четвёртую степень, надо вычислить произведение $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Получим $5^4 = 625$.



Вторую степень числа называют также **квадратом** этого числа. Например, запись 3^2 читают так: «Три во второй степени» или «Три в квадрате».

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9.$$

Третью степень числа называют **кубом** этого числа. Так, запись 4^3 читают: «Четыре в третьей степени» или «Четыре в кубе».

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64.$$

ВЫРАЖЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИЕ СТЕПЕНИ Для вычисления значений выражений, содержащих степени, мы будем пользоваться уже известными правилами (ведь степень — это произведение!). Но при этом полезно учитывать ещё одно:

Если выражение не содержит скобок, то сначала нужно вычислить значения всех степеней.

Понятно, что если выражение содержит скобки, то сначала выполняют действия в скобках, при этом учитывают все сформулированные ранее правила.

Пример 1. Найдём значения выражений $100 + 5^2$ и $(100 + 5)^2$:
 $100 + 5^2 = 100 + 5 \cdot 5 = 100 + 25 = 125$;
 $(100 + 5)^2 = 105^2 = 105 \cdot 105 = 11025$.

В соответствии с порядком выполнения действий в первом случае мы сначала нашли значение степени, а затем вычислили сумму; во втором случае мы сначала вычислили сумму, а уж потом возвели её в квадрат.

Пример 2. Найдём значения выражений $100 \cdot 5^2$ и $100 : 5^2$.

Сначала выполним возведение в степень:
 $100 \cdot 5^2 = 100 \cdot 25 = 2500$;
 $100 : 5^2 = 100 : 25 = 4$.

Если бы мы захотели в выражении $100 : 5^2$ заменить степень произведением $5 \cdot 5$, то его обязательно нужно было бы заключить в скобки (иначе получилось бы совсем другое выражение, не равное частному $100 : 5^2$):

$$100 : 5^2 = 100 : (5 \cdot 5).$$

А в первом выражении скобки можно не ставить: $100 \cdot 5^2 = 100 \cdot (5 \cdot 5) = 100 \cdot 5 \cdot 5$.

Гугол — это число, которое записывается единицей со ста нулями, т. е. это 10^{100} . Название этому числу придумал в 1938 г. девятилетний мальчик для своего дяди, американского математика, которому нужно было как-то назвать такое число в своей статье. И это далеко не единственный случай в разных отраслях науки, когда название, придуманное ребёнком, устроило больших учёных.

Найдём значение выражения $24 \cdot (118 - 111)^2$.

$$24 \cdot (118 - 111)^2 = 1176$$

$$1) 118 - 111 = 7$$

$$2) 7^2 = 49$$

$$3) 24 \cdot 49 = 1176$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Объясните, что означает выражение 10^{15} . Как оно называется?
- Представьте в виде степени выражение $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Назовите основание степени; показатель степени.
- Укажите порядок действий при вычислении значения выражения $100 - 5 \cdot 3^2$.

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- 1) Выполните действия: а) $567 + 6305$; б) $2416 - 357$.
2) Как называются компоненты действия при сложении? при вычитании?
- 1) Выполните действия:
а) $218 \cdot 704$; б) $5350 \cdot 32$; в) $4212 : 18$; г) $2834 : 26$.
2) Как называются компоненты действия при умножении? при делении?
- 1) Расскажите, как найти неизвестное слагаемое; неизвестное уменьшаемое; неизвестное вычитаемое.
2) Найдите неизвестный компонент действия:
а) $x + 118 = 245$; б) $157 - a = 89$; в) $y - 26 = 93$.
- 1) Расскажите, как найти неизвестный множитель; неизвестное делимое; неизвестный делитель.
2) Найдите неизвестный компонент действия:
а) $42 \cdot x = 546$; б) $a : 17 = 15$; в) $54 : c = 3$.
- Запишите с помощью букв: свойства нуля при сложении и вычитании; свойства нуля и единицы при умножении и делении. Приведите примеры.
- 1) Сформулируйте правила порядка действий для вычисления значения выражения без скобок; содержащего скобки.
2) Найдите значение выражения:
а) $627 - 46 \cdot 12 + 118$; б) $39 \cdot (641 - 5720 : 13)$.
- 1) Как называют выражение 5^4 и что оно означает?
2) Найдите значение выражения: а) 16^2 ; б) 40^3 .
- Укажите порядок действий в выражении и найдите его значение:
а) $3 \cdot 10^4$; б) $(3 \cdot 10)^3$; в) $(48 + 2)^2$; г) $50 - 2^4$.
Решите задачу (9–10).
- Токарь и ученик изготовили 144 детали. Токарь работал 8 ч и изготовлял 12 деталей в час. Сколько деталей в час изготовлял ученик, если он работал 6 ч?
- а) Два велосипедиста едут навстречу друг другу, расстояние между ними 54 км. Через какое время они встретятся, если скорость первого 12 км/ч, а второго 15 км/ч?
б) Собственная скорость катера 18 км/ч, скорость течения реки 2 км/ч. Какое расстояние проплывёт катер за 2 ч по течению реки? За 3 ч против течения реки?

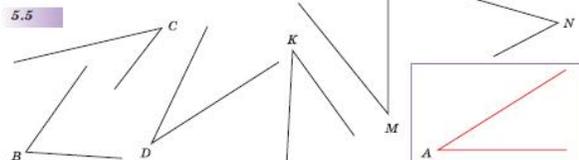
Особенности учебников по математике для 5-6 классов



УПРАЖНЕНИЯ

СРАВНИВАЕМ УГЛЫ

- 263** С помощью кальки найдите на рисунке 5.5 угол, равный углу A .



- 264** Начертите в тетради какой-нибудь угол и обозначьте его. А теперь от руки нарисуйте равный ему угол. С помощью кальки проверьте, действительно ли второй угол равен первому.

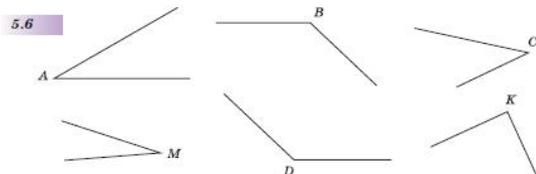
- 265** Вырежьте из листа бумаги три неравных угла. Какой из них является наибольшим?

- 266** Начертите в тетради угол и обозначьте его AOC . Проведите луч OB так, чтобы он разделил угол AOC на два угла. Назовите эти углы. Сравните их.

- 267** Начертите на листе бумаги какой-нибудь угол и проведите его биссектрису. Вырежьте этот угол и проверьте перегибанием, правильно ли вы разделили угол пополам.

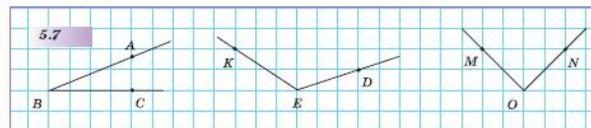
ВИДЫ УГЛОВ

- 268** Какие из углов, изображённых на рисунке 5.6, являются острыми, а какие — тупыми? Есть ли здесь прямой угол?



- 269** Начертите в тетради острый, прямой и тупой углы.
Подсказка. Воспользуйтесь тем, что линии сетки образуют прямые углы.

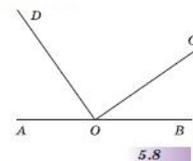
- 270** Скопируйте в тетрадь углы, изображённые на рисунке 5.7. Какой из этих углов острый, какой — тупой, а какой — прямой?



- 271** Начертите на листе в клетку прямой угол. С помощью перегибания листа найдите его биссектрису и начертите её карандашом.

- 272** 1) Сравните углы, на которые поворачивается стрелка часов от цифры 1 до цифры 3 и от цифры 4 до цифры 6.
2) На какой угол (острый, прямой, тупой или развёрнутый) поворачивается часовая стрелка за 1 ч, 2 ч, 3 ч, 4 ч, 5 ч, 6 ч?
3) Минутная стрелка за 15 мин поворачивается на некоторый угол. За какое время на тот же угол поворачивается часовая стрелка?

- 273** С помощью угольника найдите на рисунке 5.8 прямой угол. Найдите и назовите острые углы, тупые углы. Сравните углы AOD и COB , AOC и BOD . Сколько всего углов, меньших развёрнутого, на рисунке?



- 274** Начертите два угла с общей стороной так, чтобы вместе они составляли:
а) развёрнутый угол; б) тупой угол; в) острый угол.

- 275** 1) Начертите угол BOC . Постройте угол AOB , дополняющий его до развёрнутого угла. Постройте угол DOC , дополняющий угол BOC до развёрнутого.
2) Каким является угол AOB , если угол BOC острый? прямой? тупой?
3) Верно ли, что углы AOB и DOC равны? Почему?

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

- 276** 1) Постройте окружность и проведите её диаметр AB . Постройте угол ACB с вершиной C , лежащей на окружности. Каким (острым, прямым или тупым) является этот угол? Постройте и измерьте ещё два угла с вершинами на окружности, «опирающиеся» на диаметр. Какой вывод можно сделать?
2) Начертите в тетради окружность. Проведите отрезок AB с концами на окружности, не являющийся диаметром. Отметьте на окружности точки C , D и E так, чтобы угол ABC был прямым, угол ABD — острым, угол ABE — тупым.

Чтобы самоконтроль приобрел характер естественного состояния в системе упражнений выделена рубрика «Неверно!», в рамках которой учащимся предлагаются задания на поиск и исправление ошибки в приведенном вычислении, преобразовании, высказывании, поиск неверного утверждения и пр. Каждая глава учебника завершается рубрикой «Подведём итоги», которая включает вопросы, направленные на предъявление ученику основных элементов содержания, которые должны быть усвоены.

Неверно!

Объясните, в чём состоит ошибка. Выполните вычисления правильно.

$$\begin{array}{r} 109 \\ \times 23 \\ \hline 307 \\ + 208 \\ \hline 2387 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ \times 160 \\ \hline 114 \\ + 19 \\ \hline 3040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 624 \overline{)6} \\ - 6 \quad 2 \quad 4 \\ \hline 14 \\ - 14 \\ \hline 0 \end{array}$$

УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов



Помимо учебника в УМК входят тетрадь-тренажёр, тетрадь-экзаменатор, а также задачник. Тетрадь-тренажер является составной частью учебно-методического комплекса «Математика. Арифметика. Геометрия» для 5-6 классов линии УМК «Сферы».

В ней содержатся задания в соответствии с ФГОС ООО. Задания тренажера структурированы по главам учебника, имеют 3 уровня сложности.

Главная же особенность состоит в том, что внутри каждой главы задания сгруппированы по основным видам деятельности учащихся и содержатся в соответствующих рубриках:

- «Работаем с текстом»,
- «Работаем с моделями»,
- «Осваиваем алгоритмы»,
- «Анализируем и рассуждаем»,
- «Выполняем тест».

Формирование умения работать с текстом происходит при работе с разделом «Работаем с текстом» в тетради-тренажере.

Такая организация учебного материала делает учебный материал более привлекательным для ученика, сокращает временные затраты учителя на подготовку к уроку.

Содержащаяся в конце каждой главы рубрика «Подведем итоги» является инструментом дифференциации и индивидуализации обучения.



Тетрадь-тренажёр в УМК по математике для 5-6 классов



РАБОТАЕМ С ТРЕНАЖЁРОМ

Тетрадь-тренажёр, которую вы держите в руках, поможет вам в освоении курса математики 5 класса. В тетради, как и в учебнике 11 глав. Каждую из них можно легко узнать по цвету страниц, своему для каждой из глав. Выполняя содержащиеся в тетради задания, вы будете учиться читать и осмысливать математические тексты, анализировать, рассуждать, подмечать закономерности, осваивать новые арифметические и геометрические понятия и приемы решения задач. Обратите внимание: у номера каждого задания проставлены шарики — от одного до трех; число шариков говорит об уровне сложности этого задания. Все задания выполняются непосредственно в тетради. При этом вам надо иметь ручку и карандаш, цветные карандаши, а для геометрических заданий — линейку, транспортир и циркуль.

Задания в главах тетради распределены по нескольким рубрикам, одинаковым для всех глав. Это рубрики таковы.

РАБОТАЕМ С ТЕКСТОМ — учит читать учебные математические тексты и находить в них ответы на поставленные вопросы, помогает освоить новые термины и символы.

РАБОТАЕМ С МОДЕЛЯМИ — позволяет изучать свойства чисел с использованием координатной прямой и открывать свойства геометрических фигур с помощью чертежей; учит опираться на схемы и рисунки при решении задач.

ОСВАИВАЕМ АЛГОРИТМЫ — помогает освоить основные правила действий с числами и приемы построения геометрических фигур.

АНАЛИЗИРУЕМ И РАССУЖДАЕМ — учит подмечать закономерности и делать выводы, анализировать особенности геометрических конфигураций и числовых последовательностей, строить цепочки умозаключений.

ВЫПОЛНЯЕМ ТЕСТ — позволяет проверить знания на уровне обязательных требований (клетчатое поле в красной рамке можно использовать для вспомогательных записей).

В конце каждой главы вы увидите табличку под названием «Подведем итоги». В ней для каждой рубрики главы в круглой ячейке указывается максимальное количество баллов, которое можно заработать, выполнив содержащиеся в этой рубрике задания (один шарик — это один балл). Подсчитайте, сколько баллов вам удалось набрать, впишите это число в пустой кружок и сравните свой результат с максимально возможным.

При работе с тетрадью-тренажёром вам может потребоваться учебник. Ссылки на него (часто с указанием страниц) даны на полях тетради рядом с теми заданиями, для выполнения которых он необходим.

Листки в клеточку, обведённые красной рамкой предназначены для черновика.

18

РАБОТАЕМ С ТЕКСТОМ

33

Прочитайте текст:

В древнем Вавилоне для написания чисел использовались символы в виде клина. Символ ∇ обозначал число 1. Символ \triangleleft обозначал число 10. Число 12 писалось так: $\triangleleft\nabla\nabla$. Число 31 писалось так: $\triangleleft\triangleleft\triangleleft\nabla$. Такой вид письма назывался *клинописью*.

■ Ответьте на вопросы и заполните таблицы.

1) Какие числа записаны клинописью?

$\nabla\nabla\nabla$	$\triangleleft\triangleleft$	$\triangleleft\nabla\nabla\nabla$ $\nabla\nabla$	$\triangleleft\triangleleft\triangleleft\nabla$	$\triangleleft\triangleleft$

2) Как записать клинописью следующие числа?

4	30	21	13	42

34

Найдите в учебнике текст о римской нумерации и заполните таблицы. (В верхней строке должно быть число, записанное римскими цифрами, в нижней — это же число, записанное арабскими цифрами.)

V	X	L	C	D	M

LX	XL		DL		MCD	
		160		600		1100

35

В каждом из приведённых ниже предложений для записи информации используется число с нулями на конце. Прочитайте предложения и подчеркните эти числа.

Подумайте, какие из них могут выражать точное значение величины, а какие — только приближённое. После каждого предложения впишите слово «точное» или «приближённое».

- 1) На концерт продано 420 билетов. _____
- 2) В средней школе города N обучается 850 человек. _____
- 3) В городе N проживает 920 тыс. человек. _____
- 4) В деревне Лапотки проживает 40 человек. _____

ГЛАВА 2

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

19

36



30, 31

- 5) Длина реки Волги составляет 3530 км. _____
- 6) Средняя глубина озера Байкал 730 м. _____
- 7) Грузоподъёмность легкового автомобиля 650 кг. _____

Заполните пустые клетки таблицы.

Читают	Записывают
Число 35 больше 30 и меньше 40	$30 < 35 < 40$
Число a больше 50 и меньше 60	
	$x < 78 < y$
Число b больше числа a и меньше числа c	

РАБОТАЕМ С МОДЕЛЯМИ

37

1) Впишите в натуральный ряд «соседей» указанных чисел:

..., _____, 10, _____, ..., _____, 100, _____, ..., _____, 1000, _____, ...

2) Запишите наименьшее и наибольшее:

двузначное число _____ и _____;

трёхзначное число _____ и _____;

четырёхзначное число _____ и _____;

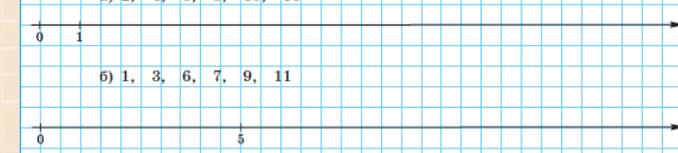
пятизначное число _____ и _____.

38

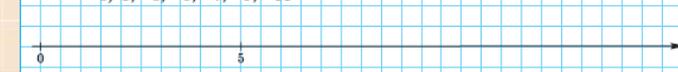


31

а) 2, 4, 5, 8, 10, 13



б) 1, 3, 6, 7, 9, 11



Тетрадь-тренажёр в УМК по математике для 5-6 классов



22

ГЛАВА 2

ОСВАИВАЕМ АЛГОРИТМЫ

46 Впишите соответствующие цифры в запись числа в виде суммы разрядных слагаемых:

а) $5812 = \dots \cdot 1000 + \dots \cdot 100 + \dots \cdot 10 + \dots \cdot 1$;

б) $6047 = \dots \cdot 1000 + \dots \cdot 100 + \dots \cdot 10 + \dots \cdot 1$.

47 Впишите соответствующие разрядные единицы в представление числа в виде суммы разрядных слагаемых:

а) $395 = 3 \cdot \dots + 9 \cdot \dots + 5 \cdot \dots$;

б) $8304 = 8 \cdot \dots + 3 \cdot \dots + 0 \cdot \dots + 4 \cdot \dots$.

48 Запишите цифрами число:

38 тыс. — _____, 1200 тыс. — _____

12 млн — _____, 18 млрд — _____

3 млрд — _____, 2360 млн — _____

49 Запишите число, используя сокращённые наименования (тыс., млн, млрд):

123000 — _____, 80000000000 — _____

57000000 — _____, 330000000 — _____

69000000000 — _____, 200000000000 — _____

50 Выразите величину в указанных единицах:

а) 70 т 820 кг — _____ кг, 8650 кг — _____ т _____ кг,

109 т 40 кг — _____ кг, 40060 кг — _____ т _____ кг;

б) 142 г 309 мг — _____ мг, 276600 мг — _____ г _____ мг,

200 г 50 мг — _____ мг, 90037 мг — _____ г _____ мг.

51 Сравните величины и впишите нужный знак: >, < или =.

а) 34000 г _____ 320 кг, б) 4 ч _____ 300 мин,

80 т _____ 80000 кг, 150 с _____ 2 мин,

4 т 85 кг _____ 4150 кг, 3 ч 50 мин _____ 230 мин,

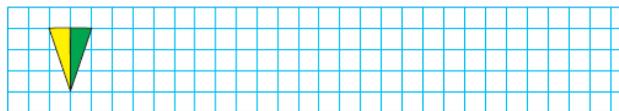
3 г 40 мг _____ 3400 мг; 8 мин _____ 600 с.

24

ГЛАВА 2

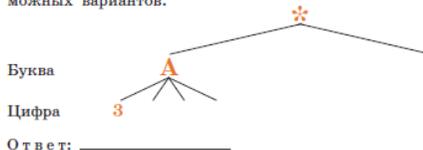
56

Вымпел для волейбольной командышивается из двух треугольных кусочков ткани разного цвета. Имеется ткань четырёх цветов: жёлтого, зелёного, красного и синего. Два разных вымпела должны отличаться хотя бы одним цветом. Сколько всего вымпелов можно изготовить? Нарисуйте и раскрасьте их.



57

Шифр для сейфа составляют из буквы и цифры, причём на первом месте всегда ставится буква. Какие варианты шифра можно составить, используя буквы А и В и цифры 3, 5, 7 и 9? Решите задачу с помощью дерева возможных вариантов.



Буква

Цифра

Ответ: _____

АНАЛИЗИРУЕМ И РАССУЖДАЕМ

58

Числа в последовательности чётных чисел и в последовательности нечётных чисел можно нумеровать. Рассмотрите таблицу и заполните её пустые клетки.

Номер числа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Чётные числа	2	4	6	8	10	12				
Нечётные числа	1	3	5	7	9	11				

1) Какое чётное число стоит на 10-м месте? _____ 11-м месте? _____

Какое нечётное число стоит на 10-м месте? _____ 11-м месте? _____

2) Закончите правило.

Чтобы найти чётное число по его номеру, нужно этот номер _____

Чтобы найти нечётное число по его номеру, нужно _____

ВЫПОЛНЯЕМ ТЕСТ

1 Какая из записей обозначает число двадцать шесть тысяч двенадцать?
1) 2600012 2) 260012 3) 26012 4) 2612

2 Как читается число 3000075?
1) Три миллиарда семьдесят пять.
2) Тридцать миллионов семьдесят пять.
3) Три миллиона семьдесят пять.
4) Триста тысяч семьдесят пять.

3 Какое из чисел представлено в виде суммы разрядных слагаемых $4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 0 \cdot 1$?
1) 1254 2) 4521 3) 400050020 4) 4520

4 Какое из чисел можно записать в рамочку, чтобы получилось верное двойное неравенство: $175 < \square < 263$?
1) 276 2) 210 3) 174 4) 264

5 В каком случае числа записаны в порядке убывания?
1) 379, 397, 400 3) 400, 397, 379
2) 397, 379, 400 4) 400, 379, 397

6 Какая из точек $K(98)$, $M(89)$, $P(67)$, $T(76)$ на координатной прямой расположена правее других?
1) $K(98)$ 2) $M(89)$ 3) $P(67)$ 4) $T(76)$

7 На координатной прямой отметили точки $K(25)$, $L(37)$, $M(48)$, $N(64)$. Какое утверждение неверно?
1) Точка L расположена между точками K и M .
2) Точка M расположена между точками L и N .
3) Точка L расположена между точками K и N .
4) Точка M расположена между точками K и L .

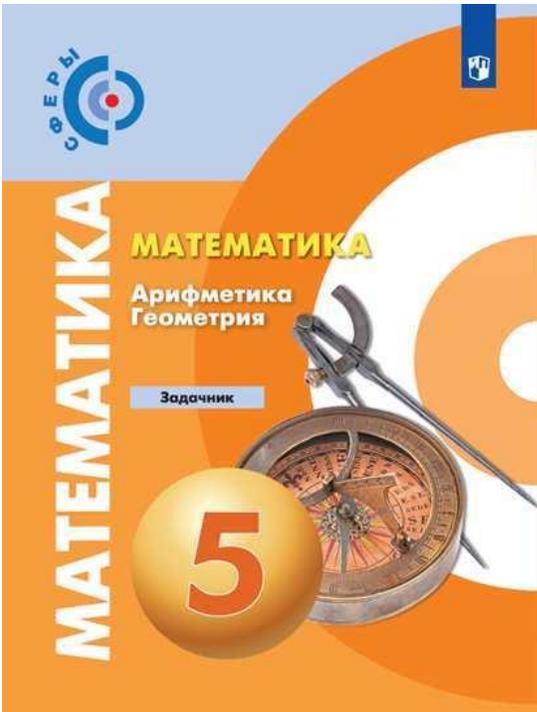
8 Какое из чисел 12, 14, 19, 21 расположено на координатной прямой ближе к числу 17?
1) 12 2) 14 3) 19 4) 21

9 На координатной прямой число c расположено левее числа b , но правее числа a . Число d расположено правее числа b . Какое из следующих утверждений верно?
1) Число b меньше числа a .
2) Число c больше числа b .
3) Число a меньше числа d .
4) Число b больше числа d .

10 В каком случае правильно округлили до сотен число 207563?
1) 207500 2) 207600 3) 208000 4) 207000

11 Как правильно приближённо выразить в килограммах 2315 г?
1) 2 кг 2) 3 кг 3) 23 кг 4) 24 кг

УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов



Задачник является составной частью учебно-методического комплекса «Математика: Арифметика. Геометрия» для 5-6 классов линии "Сферы".

Задачник состоит из двух частей.

- Первая часть содержит двухуровневую систему упражнений, дополняющую задачный материал арифметических глав учебника. Диапазон сложности упражнений второго уровня значителен. Эта часть задачника предназначена для организации дифференцированного обучения.
- Вторая часть включает дополнительный материал, расширяющий и углубляющий основное содержание курса и предназначена в первую очередь для организации работы с детьми, интересующимися математикой. Использовать материал второй части можно как во внеурочное время, так и во время уроков, если есть дополнительный час.



Задачник в УМК по математике для 5-6 классов



3

СОДЕРЖАНИЕ

ЧАСТЬ I. ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

Натуральные числа	4
Действия с натуральными числами	8
Использование свойств действий при вычислениях	26
Делимость чисел	32
Дроби	36
Действия с дробями	48
Таблицы и диаграммы	66

ЧАСТЬ II. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Обводим линии	70
Магические квадраты	72
Последняя цифра	75
Фигурные числа	76
Разрезаем квадрат	79
Чётно или нечётно	80
Построения на клетчатой бумаге	82
Находим НОД и НОК	84
Старинные задачи на дроби	85
Модели многогранников	86

Ответы	88
--------------	----

8

ЧАСТЬ I. ДЕЙСТВИЯ

Сложение и вычитание

- 34** Найдите сумму:
а) $4274 + 3226$; б) $9436 + 1468$; в) $3839 + 694$; г) $334 + 9679$.
- 35** Найдите разность:
а) $3745 - 2743$; б) $4084 - 922$; в) $1648 - 678$; г) $5724 - 1656$.
- 36** Вычислите:
а) $1653 - 1345$; б) $9871 + 999$; в) $2823 + 269$; г) $2034 - 965$.
- 37** Сложите числа:
а) $605 + 570 + 450 + 304 + 299$; б) $591 + 483 + 307 + 254 + 628$.
- 38** Придумайте правило, по которому строится данная последовательность чисел, и восстановите три следующих и три предыдущих числа:
а) ...; 46; 55; 64; ...; б) ...; 45; 40; 35; ...
- 39** Объясните, как найти неизвестное слагаемое. Найдите неизвестное слагаемое:
а) $648 + a - 1667$; б) $x + 315 - 411$; в) $932 - a + 558$.
- 40** Объясните, как найти неизвестное уменьшаемое, вычитаемое. Найдите неизвестное уменьшаемое или вычитаемое:
а) $801 - a - 349$; б) $x - 287 - 1006$; в) $460 - y - 287$.
- 41** Найдите неизвестное число:
а) $348 + x - 816$; б) $327 - a - 125$; в) $y - 107 - 904$.
- 42** Используя округление, выполните прикидку результата, а затем выполните сложение:
а) $81 + 59$; б) $117 + 321$; в) $348 + 59$; г) $121 + 183$.
- 43** Книгохранилище библиотеки занимает три комнаты. В одной комнате 8225 книг, в другой — 12918 книг, в третьей — 13673 книги. Сколько примерно тысяч книг находится в книгохранилище?
1) 10 тыс. 2) 340 тыс. 3) 33 тыс. 4) 35 тыс.
- 44** Решите задачу, используя прикидку:
У покупателя имеется 1500 р. на покупку игрушек. Названия игрушек, продающихся в магазине, и их цены представлены в таблице:
- | Название | Цена | Название | Цена |
|-----------------|--------|------------------------|--------|
| Настольная игра | 299 р. | Набор мебели для кукол | 690 р. |
| Кукла | 399 р. | Мяч | 180 р. |
| Машина | 799 р. | Посуда для кукол | 490 р. |
- Какие игрушки покупатель может купить, если они должны быть разными? Найдите несколько вариантов покупки.

9

С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Решите задачу (№ 45–46):

- 45** а) В начале пути спидометр автомобиля показывал 28639 км. Определите, каким будет показание спидометра через 834 км.
б) В начале пути спидометр автомобиля показывал 34863 км, а в конце — 35787 км. Какой путь проделал автомобиль?
- 46** а) От Москвы до Новгорода по шоссе 520 км, а от Новгорода до Санкт-Петербурга на 310 км меньше. Сколько километров от Москвы до Санкт-Петербурга?
б) От Москвы до Ржева по железной дороге 220 км. В первый час поезд прошёл 65 км, во второй — на 18 км больше. Сколько километров ему осталось пройти?
- 47** Вычислите:
а) $22222 - 8888$; б) $59284 + 36917$; в) $44444 + 9999$; г) $20010 - 6517$.
- 48** а) Составьте из чисел 999, 5555, 8008 всевозможные суммы и вычислите их.
б) Составьте из чисел 2357, 2802, 3100 всевозможные разности и вычислите их.
- 49** а) Запишите какие-нибудь два числа, сумма которых равна 200. Сколько таких пар чисел можно записать?
б) Запишите какие-нибудь два числа, разность которых равна 200. Сколько таких пар чисел можно записать?
- 50** Используя данное равенство, составьте ещё два:
а) $945 + 848 = 1793$; б) $1325 - 516 = 809$;
в) $1644 - 374 = 1270$; г) $761 + 1766 = 2527$.
Образец. Из равенства $2715 + 897 = 3612$ следует, что $3612 - 897 = 2715$, а также, что $3612 - 2715 = 897$.
- 51** Найдите неизвестное число:
а) $(x + 24) + 53 = 930$; б) $35 + (x - 17) = 85$;
в) $(34 - x) + 23 = 27$; г) $64 - (15 + x) = 28$.
- 52** Определите, какое число задумано, если:
а) к задуманному числу прибавили 16, а затем ещё 23 и получили 78;
б) к задуманному числу прибавили 120, затем вычли 75 и получили 80;
в) из задуманного числа вычли 16, затем прибавили 32 и получили 50;
г) из задуманного числа вычли 12, затем 23 и получили 49.
- 53** Пользуясь оценкой, сравните значение каждой суммы с данным числом:
а) $728 + 319$ и 1000; б) $489 + 477$ и 1000;
в) $587 + 892$ и 1500; г) $923 + 619$ и 1500.
Образец. Сравните сумму $597 + 539$ с числом 1200.
Решение. $597 + 539 < 600 + 600 = 1200$, значит, $597 + 539 < 1200$.

Задачник в УМК по математике для 5-6 классов



84

ЧАСТЬ II

СТАРИННЫЕ ЗАДАЧИ НА ДРОБИ

85

Находим НОД и НОК

Как известно, наибольшим общим делителем двух натуральных чисел называют самое большое натуральное число, на которое делится каждое из данных чисел. Если числа небольшие, то НОД нетрудно найти, перебрав все их делители. А если числа большие? Тогда для нахождения наибольшего общего делителя можно воспользоваться разложением на простые множители.

Пример 1. Найдём НОД (252; 630).

Разложим эти числа на простые множители, получим

$$252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7, \quad 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Выпишем все множители, которые входят в оба разложения: 2, 3, 7. Наибольший общий делитель чисел 252 и 630 будет равен произведению этих множителей: НОД (252; 630) = $2 \cdot 3 \cdot 7 = 126$.

1

Найдите наибольший общий делитель чисел: 875 и 1225; 60, 132 и 240.

■ Разложение на простые множители можно использовать и для нахождения наименьшего общего кратного.

Пример 2. Найдём НОК (126; 180).

Разложим эти числа на простые множители:

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7, \quad 180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Чтобы найти НОК (126; 180), выпишем все множители, входящие в разложение на простые множители первого числа, и добавим «недостающие» множители 2 и 5 из разложения второго числа. Получим

$$\underbrace{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5}_{126} = 126 \cdot 10 = 1260.$$

Таким образом НОК (126; 180) = 1260.

2

Найдите НОД (a ; b) и НОК (a ; b), если $a = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 7$, $b = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^2$.

3

Найдите наименьшее общее кратное чисел: а) 1764 и 1890; б) 24, 75 и 80.

4

Сравните дроби: а) $\frac{23}{126}$ и $\frac{47}{330}$; б) $\frac{59}{396}$ и $\frac{121}{840}$.

5

Найдите какое-нибудь число, расположенное между числами $\frac{41}{1680}$ и $\frac{19}{720}$.

6

Числа a и b называют *взаимно простыми*, если НОД (a ; b) = 1. Покажите, что числа 50 и 189 являются взаимно простыми. Найдите НОК (50; 189). Чему равно НОК (a ; b), если a и b — взаимно простые числа?

Старинные задачи на дроби

В древних рукописях и старинных учебниках арифметики разных стран встречается много интересных задач на дроби. Решение каждой из них требует смекалки и сообразительности, умения рассуждать. Рассмотрим несколько примеров из старинных русских учебников арифметики.

Пример 1. Путник, догнав другого, спросил его: «Далеко ли до деревни, которая впереди?» Другой путник ответил: «Расстояние от деревни, из которой ты идёшь, равно трети всего расстояния между деревнями. А если пройдёшь ещё две версты, будешь ровно посередине между деревнями». Сколько вёрст осталось идти первому путнику?

Решение. Две версты, которые нужно пройти первому путнику до середины пути между деревнями, составляют $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ часть всего расстояния между деревнями. Значит, расстояние между деревнями в 6 раз больше и равно $2 \cdot 6 = 12$ вёрст. Постольку к моменту встречи путник прошёл треть пути, т. е. $12 \cdot \frac{1}{3} = 4$ версты, ему осталось пройти $12 - 4 = 8$ вёрст.

Пример 2. Четыре плотника хотят построить дом. Первый плотник может построить дом за год, второй — за 2 года, третий — за 3 года, четвёртый — за 4 года. За сколько лет они построят дом при совместной работе?

Решение. В знаменитой «Арифметике» Л.Ф. Магницкого, вышедшей в России в 1703 г., предложен такой способ решения этой задачи. Посмотрим, сколько домов могут построить плотники за 12 лет. Первый плотник может построить 12 домов, второй — 6 домов, третий — 4 дома, четвёртый — 3 дома. Значит, всего они могут построить за 12 лет

$$12 + 6 + 4 + 3 = 25 \text{ домов.}$$

Поэтому один дом вместе они построят за $12 : 25 = \frac{12}{25}$ года.

Почему при решении задачи был выбран промежуток в 12 лет? Число 12 делится на каждое из чисел 2, 3 и 4, о которых говорится в задаче.

1

Из папируса Ахмеса (Египет, ок. 2000 лет до н.э.).

Приходит пастух с 70 быками. Его спрашивают:

— Сколько приводишь ты из своего многочисленного стада?

Пастух отвечает:

— Я привожу две трети от трети скота. Сочти, сколько быков в стаде.

2

В знаменитой книге «1001 ночь» мудрец задаёт юной деве следующую задачу: «Одна женщина отправилась в сад собирать яблоки. Чтобы выйти из сада, ей нужно было пройти через четыре двери, у каждой из которых стоял

Магические квадраты

Существует предание, согласно которому китайский император Ию, живший примерно четыре тысячи лет назад, увидел однажды на берегу реки священную черепаху с узором из чёрных и белых кружков на панцире (рис. 1).

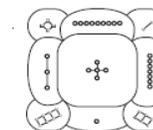


Рис. 1

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Рис. 2

Сообразительный император сразу понял смысл этого рисунка. Чтобы и нам он стал понятен, заменим каждую фигуру числом, показывающим, сколько в ней кружков; получим таблицу, изображённую на рисунке 2.

Если сложить числа первой строки этой таблицы, получится 15. Точно такой же результат получается, если сложить числа второй, а также числа третьей строки.

При сложении чисел любого столбца тоже получается 15. Такой же результат получается и при сложении чисел по диагоналям:

$$4 + 5 + 6 = 15; \quad 8 + 5 + 2 = 15.$$

Такие квадраты называются магическими квадратами.

1

Впишите в пустые клетки квадрата такие числа, чтобы квадрат стал магическим.

а)

2		6
	5	1
4		

б)

18		14
	15	
16		

2

Восстановите магические квадраты.

а)

3		15	14
13	16		
10	11		
8		12	9

б)

		14	11
	15	8	10
16	2	9	
13	12		

УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов



Тетрадь-экзаменатор является составной частью УМК «Математика. Арифметика. Геометрия» для 5-6 классов линии УМК «Сферы».

В ней содержатся проверочные работы для организации тематического и итогового контроля знаний учащихся ко всем главам учебников.

Работы представлены в двух видах:

- Проверочная работа № 1 с использованием тестовой формы проверки. Она содержит задания с выбором ответа, с кратким ответом, на соотнесение и задания с записью решения.
- Проверочная работа № 2 - в традиционной форме. Каждое задание выполняется с записью решения.

Каждая работа представлена **в двух вариантах** и дает возможность организовать зачетную форму проверки знаний.

Это позволяет учителю эффективно организовать тематический и итоговый контроль знаний. Критерии оценивания работ представлены на сайте в разделе [«Методическая помощь»](#) и в книге для учителя.

Тетрадь-экзаменатор в УМК по математике для 5-6 классов



60

ГЛАВА 11

МНОГОУГОЛЬНИКИ И МНОГОГРАННИКИ

61

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 1

ВАРИАНТ 1

1

Вычислите периметр параллелограмма со сторонами 43 и 52 см.

Ответ: _____.

2

Какие высказывания являются верными, а какие — неверными? (Верные высказывания отметьте знаком «+», неверные — знаком «-».)

- А) если в четырёхугольнике есть одна пара равных и одна пара параллельных сторон, то этот четырёхугольник — параллелограмм
 Б) если в четырёхугольнике все углы равны, то этот четырёхугольник — прямоугольник
 В) если диагонали четырёхугольника равны, то этот четырёхугольник — прямоугольник

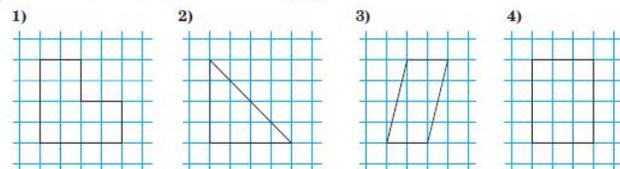
3

Какие высказывания являются верными, а какие — неверными? (Верные высказывания отметьте знаком «+», неверные — знаком «-».)

- А) у параллелограмма две пары равных сторон
 Б) все углы параллелограмма равны
 В) у любого параллелограмма две оси симметрии
 Г) диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам

4

Укажите две пары равновеликих фигур.

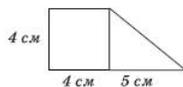


Ответ: _____.

5

Найдите площадь фигуры.

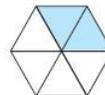
Ответ: _____.



6

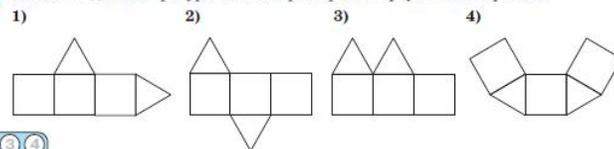
Площадь шестиугольника равна 36 кв. ед. Чему равна площадь закрашенной его части?

Ответ: _____.



7

Какая из данных фигур является развёрткой треугольной призмы?

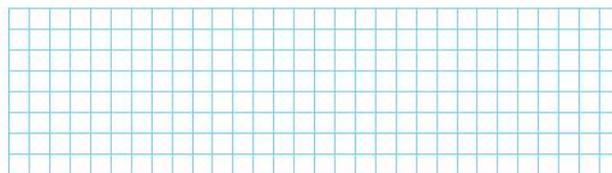


8

Постройте какой-нибудь параллелограмм со сторонами, равными 4 и 5 см.

9

Начертите какой-нибудь прямоугольник, равновеликий квадрату со стороной 4 см.



ЗАПОЛНИТЕ ТАБЛИЦУ ОТВЕТОВ

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ									

ОТМЕТКА



20

ГЛАВА 3

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 2

ВАРИАНТ 1

1

Напишите, как называется разряд в десятичной записи числа, который расположен:

- а) на третьем месте справа от запятой;
 б) на втором месте слева от запятой.

2

Запишите в виде десятичной дроби число:

- а) $\frac{27}{10000}$; б) $\frac{148}{100}$.

3

Начертите координатную прямую, взяв за единичный отрезок 20 клеток, и отметьте точку, соответствующую числу 0,75.

4

Выразите:

- а) массу, равную 640 г, в килограммах;
 б) расстояние, равное 1 км 80 м, в километрах.

5

Представьте в виде десятичной дроби число:

- а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{7}{20}$.

6

Сравните десятичные дроби:

- а) 10,52 и 10,25; б) 0,81 и 0,812.

7

Сравните числа:

- а) $3\frac{4}{5}$ и 3,8; б) $\frac{4}{7}$ и 0,6.

8

Запишите в порядке возрастания десятичные дроби:

- 1,3; 1,03; 1,033; 1,33.

9

В неравенстве $2 * 9 < 2,48$ одна из цифр неизвестна. Какие цифры можно записать вместо звёздочки, чтобы получившееся неравенство было верным?

10

Запишите какую-нибудь десятичную дробь, которая заключена между числами $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$.

ОТМЕТКА



Тетрадь-экзаменатор в УМК по математике для 5-6 классов



70

ИТОГОВАЯ РАБОТА

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 1

ВАРИАНТ 1

1 Даны числа 0,104; 0,0207; 0,06. В каком случае они записаны в порядке возрастания?

 1 2 3 4

- 1) 0,104; 0,06; 0,0207 3) 0,06; 0,104; 0,0207
2) 0,0207; 0,06; 0,104 4) 0,0207; 0,104; 0,06

2 Какое из равенств неверно?

 1 2 3 4

- 1) 30 км 200 м = 30,2 км 3) 5 м 9 см = 5,9 м
2) 2 дм 7 см = 2,7 дм 4) 4 км 50 м = 4,05 км

3 Какие из обыкновенных дробей

$\frac{2}{15}$; $\frac{3}{15}$; $\frac{5}{15}$ нельзя представить в виде десятичных?

 1 2 3 4

- 1) только $\frac{2}{15}$ 3) $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{15}$
2) $\frac{2}{15}$ и $\frac{3}{15}$ 4) все эти дроби

4 Соотнесите дроби из верхней строки и соответствующие им проценты из нижней строки.

А	Б	В	Г
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- А) $\frac{3}{4}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) 0,08 Г) 0,8
1) 50% 2) 80% 3) 75% 4) 8%

5 Месячная зарплата сотрудника фирмы составляет 20 тыс. р. Ему выплатили премию в размере 40% месячной зарплаты. Какую премию получил сотрудник?

Ответ: _____.

6 Отрезок AB разделили точкой C на две части так, что $AC = 12$ см и $CB = 20$ см. Найдите отношение $\frac{CB}{AC}$.

 1 2 3 4

- 1) $\frac{5}{3}$ 2) $\frac{3}{5}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{5}{8}$

ЗА ГОД

71

7 Найдите значение выражения $0,12 \cdot \frac{1}{6}$.

Ответ: _____.

8 Два катера отплыли одновременно от одной пристани в противоположных направлениях. Скорость одного из них 35 км/ч, а другого — 45 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1,5 ч?

 1 2 3 4

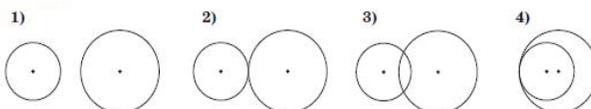
- 1) 10 км 2) 15 км 3) 80 км 4) 120 км

9 Даны числа $-2,5$; $-2,05$; $-5,2$; -5 . Какое из них наименьшее?

 1 2 3 4

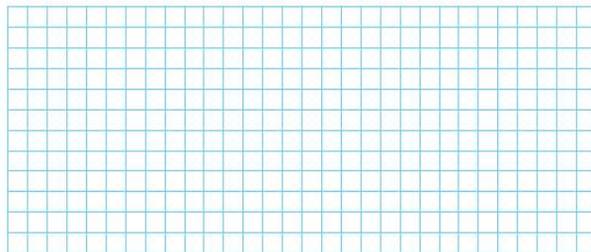
- 1) $-2,5$ 2) $-2,05$ 3) $-5,2$ 4) -5

10 Радиусы окружностей равны 3 и 5 см, а расстояние между их центрами равно 7 см. На каком рисунке показано взаимное расположение этих окружностей?


 1 2 3 4

При выполнении заданий 11–13 запишите своё решение.

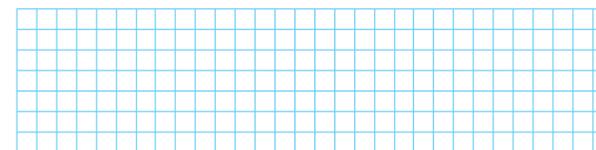
11 На координатной плоскости построили прямоугольник $ABCD$, стороны которого параллельны осям координат. Известны координаты двух его вершин: $A(-1; -3)$ и $C(6; 4)$. Найдите координаты вершин B и D .



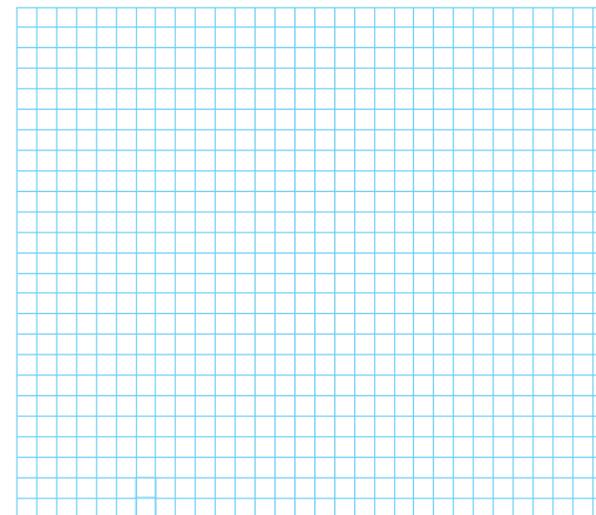
72

ИТОГОВАЯ РАБОТА

12 Выразите обыкновенную дробь $\frac{7}{12}$ приближённо десятичной дробью с двумя знаками после запятой.



13 Найдите значение выражения $0,5x^2 - 10,6$ при $x = -4$.



ЗАПОЛНИТЕ ТАБЛИЦУ ОТВЕТОВ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ответ													

ОТМЕТКА



Электронное приложение в составе УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов



- В комплекс входит электронное приложение к учебнику (ЭП), содержащее огромный объём информации, обеспечивающий возможность достижения высокой степени индивидуализации обучения на основе повышения уровня самостоятельности учебной деятельности школьников.
- ЭП создает познавательное и развивающее поле, позволяющее ученику самому выбирать траекторию учебной деятельности - как в рамках освоения материала в соответствии с программой, так и в исследовательской и проектной работе. Являясь носителем информационных, справочных, иллюстративных, методических ресурсов, ЭП обеспечивает привлекательность и технологичность процесса обучения.
- Использование электронного приложения к учебнику позволяет значительно расширить информацию (текстовую и визуальную) и научиться применять ее при решении разнообразных математических задач.
- В электронное приложение входит электронный учебник с интерактивной конструкторской средой, значительно расширяющей и дополняющей содержание учебника и создающей принципиально новые возможности при изучении математики, недоступные без использования современных компьютерных технологий.





Электронное приложение в составе УМК «Сферы» по математике для 5-6 классов

Электронное приложение содержит более 1500 ресурсов, объединённых в рубрики:

- Флеш-демонстрации,
- Виртуальные лаборатории,
- Интерактивные модели,
- Интерактивные упражнения,
- Математический кружок,
- Тренажёры,
- Тесты,
- Игры и головоломки,
- Полезные интернет-ссылки,
- Личные папки.

Все ресурсы электронного приложения скомпонованы в соответствии с логикой построения курса в целом и каждого урока в отдельности.

Подробная инструкция с описанием возможностей и технологии использования электронного приложения к учебнику представлена в разделе Помощь.

Различные ресурсы электронного приложения целесообразно подшиты к активным зонам на разворотах электронной копии учебника. Альтернативный способ навигации состоит в использовании каталога ресурсов.



Электронное приложение



ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОЕ И СОЧЕТАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВА



Переместительное и сочетательное свойства сложения



Переместительное и сочетательное свойства умножения

5 Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

ОГЛАВЛЕНИЕ

- Глава 1. Линии
 - 1. Разнообразный мир линий
 - 2. Прямая, части прямой. Ломаная
 - 3. Длина линии
 - 4. Окружность
 - Подведем итоги
- Глава 2. Натуральные числа
 - 5. Как записывают и читают числа
 - 6. Натуральный ряд
 - 7. Округление натуральных чисел
 - 8. Комбинаторные задачи
 - Подведем итоги
- Глава 3. Действия с натуральными числами
 - 9. Сложение и вычитание
 - 10. Умножение и деление
 - 11. Порядок действий в вычислениях
 - 12. Степень числа
 - 13. Задачи на движение
 - Подведем итоги
- Глава 4. Использование свойств действий при вычислениях
 - 14. Свойства сложения и умножения
 - 15. Распределительное свойство
 - 16. Решение задач
 - 70
 - 74
 - 78
- Глава 5. Углы и многоугольники
 - 17. Как обозначают и сравнивают углы
 - 18. Измерения углов
 - 19. Многоугольники
 - Подведем итоги
- Глава 6. Делимость чисел
 - 20. Делители и кратные
 - 21. Простые и составные числа
 - 22. Делимость суммы и произведения
 - 23. Признаки делимости
 - 24. Деление с остатком
 - Подведем итоги
- Глава 7. Треугольники и четырехугольники
 - 25. Треугольники и их виды
 - 26. Прямоугольники
 - 27. Равенство фигур
 - 28. Площади треугольника
 - Подведем итоги
- Глава 8. Дроби
 - 29. Дели и дроби
 - 30. Основное свойство дроби
 - 31. Сравнение дробей
 - 32. Натуральные числа и дроби
 - Подведем итоги
- Глава 9. Действия с дробями
 - 33. Сложение и вычитание дробей
 - 34. Сложение и вычитание смешанных дробей
 - 35. Умножение дробей
 - 36. Деление дробей

5 Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

Переместительное и сочетательное свойства сложения

Сложение чисел обладает **переместительным свойством**: при перестановке слагаемых сумма не меняется.

Сложение обладает также **сочетательным свойством**: в сумме трёх чисел можно объединять в группу как первые два слагаемых, так и последние два, — результат будет одним и тем же.

Проверьте выполнение этих свойств, подставляя вместо a , b , c разные значения.

Лаборатория «Арифметические выражения»

Заново Отменить Вернуть Порядок Рука Ластик Авторучка

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 () + - * / =

$a + b = b + a$

$(a + b) + c = a + (b + c)$

$2 + 5 = 7$

$5 + 2 = 7$

$(2 + 5) + 7 = 14$

$2 + (5 + 7) = 14$

РУКА: щёлкните по картинке или перетащите её мышью

5 Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ

Вы узнаете:

- как можно упорядочить вычисления, используя свойства сложения и умножения
- с помощью букв как обозначить и записать свойства сложения и умножения
- как использовать свойства сложения и умножения для упрощения вычислений
- как использовать свойства сложения и умножения для решения задач

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОЕ И СОЧЕТАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ

Вы знаете, что сложение обладает переместительным свойством: при перестановке слагаемых сумма не меняется. Например, в соотножении $a + b = b + a$ вы видите, что сложение обладает коммутативным свойством. Это означает в том, что в сумме два числа можно поменять местами и результат будет тем же. Например, $10 + 141 = 141 + 10 = 151$.

Действия умножения также обладают переместительным и сочетательным свойствами. Например: $8 \cdot 16 = 16 \cdot 8$; $(07 \cdot 2) \cdot 5 = 37 \cdot (2 \cdot 5)$.

Так как результат сложения трёх чисел не зависит от того, как поставлены скобки, то не важно, какой из слагаемых вы хотите сложить с $a + b + c$, сложение эту сумму не изменит. Например, $(a + b) + c$ и $a + (b + c)$.

Перемещение трёх чисел, как и сумму, также выполняется без ошибок: $a + b + c$.

Переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения позволяют «фигурно» строить цепочку преобразования суммы и произведения:

При сложении нескольких чисел не важно как упорядочить и объединять в группу.

Рассмотрите правило сложения и умножения чисел поочередно, тем, что вычислите, преобразуя сумму и произведение в удобный для вычисления.

Пример 1. Вычислите сумму $44 + 189 + 26 + 92 + 11$.

В этом выражении есть числа, при сложении которых получаются «круглые» числа — это 44 и 96, а также 189 и 11.

$$44 + 189 + 26 + 92 + 11 = (44 + 96) + (189 + 11) + 26 = 140 + 200 + 26 = 366$$

Вместо этого можно сложить числа устно. Отметим, что сумма равна 366.

Пример 2. Вычислите произведение $4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25$. Произведение 4 и 25 равно 100, а на 100 умножить легко, а от нас только получить устно.

$$4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25 = (4 \cdot 25) \cdot (7 \cdot 11) = 100 \cdot 77 = 7700$$

Пример 3. Вычислите произведение $75 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 15$. Это более трудный случай. В данном выражении нет чисел, которые в произведении «круглые» числа. Однако не стоит забывать, что число 75 произведение 25 · 3, а число 16 — произведение 4 · 4. Получим:

$$75 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 15 = (25 \cdot 3) \cdot 7 \cdot (4 \cdot 4) \cdot 15 = (25 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 7) \cdot (4 \cdot 15) = 100 \cdot 21 \cdot 60 = 126000$$

Пример 4. Во втором и ещё одном замечательном источнике известно, что Гаусс, который изобрёл вычислительную машину, умевшую считать до 1 до 100. Чтобы считать, вам, как и Гауссу, придётся прибегнуть к умножению.

Возможно эту задачу можно решить, разложив на элементарные операции и используя свойства:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 10 \cdot 9 + 1 = 91$$

$$10 + 0 + 1 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55$$

Каждая пара чисел, расположенных друг над другом, в сумме даёт 11, а всего таких пар 10. Вспомогательная сумма равна $(11 \cdot 10) : 2 = 55$. Итого:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.$$

Испробуйте теперь сами найти сумму $1 + 2 + 3 + \dots + 59 + 100$, которую так быстро вычислил Гаусс.



Электронное приложение

5 Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

14 СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ

ВЫ УЗНАЕТЕ
 Как можно упростить вычисления, используя свойства сложения и умножения чисел.

С помощью букв переместительные и сочетательные свойства сложения и умножения можно записать так:
 для любых чисел a и b
 $a + b = b + a$ — переместительное свойство сложения
 для любых чисел a , b и c
 $(a + b) + c = a + (b + c)$ — сочетательное свойство сложения
 для любых чисел a и b
 $a \cdot b = b \cdot a$ — переместительное свойство умножения
 для любых чисел a , b и c
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ — сочетательное свойство умножения

Правила, устанавливающие порядок действий в вычислениях, используют вычислительные машины для вычисления числовых значений. Человек считает хуже машины, но зато знает думать и обобщать свою работу. Такую возможность при вычислениях дают свойства сложения и умножения.

Вспомогательные и сочетательные свойства сложения и умножения можно использовать при упрощении сложных выражений. Например, в скобках записаны:

УДОБНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Пример 1. Вычисление суммы
Пример 2. Вычисление произведения
Пример 3. Вычисление произведения
Пример 4. Вычисление суммы чисел от 1 до 10

Удобные вычисления. Задача 1

и как $1 + 2 + 3 + \dots + n$ и как $1 + 2 + \dots + n$
 Произведение трех чисел, как и сумму, также запишем без скобок: $a \cdot b \cdot c$.

Переместительные и сочетательные свойства сложения и умножения позволяют формировать следующие правила преобразования сумм и произведений:

При сложении нескольких чисел их можно как угодно переставить и объединять в группы.
 При умножении нескольких чисел их можно как угодно переставить и объединять в группы.

Удобные вычисления. Рассмотрим правила сложения и умножения чисел, которые тем, что позволяют преобразовывать суммы и произведения в выражения, удобные для вычисления.

Пример 1. Вычисляем сумму:
 $44 + 189 + 56 + 92 + 11$
 В этом выражении есть числа, при сложении которых получается «круглые» числа — это 44 и 56, а также 189 и 11.
 $44 + 189 + 56 + 92 + 11 = (44 + 56) + (189 + 11) + 92 = 100 + 200 + 92 = 392$

Заметив это, легко составить числа устно. Очевидно, что сумма равна 392.

Пример 2. Вычисляем произведение $4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25$.
 Произведение 4 и 25 равно 100, а на 100 умножить можно и другие числа, поэтому:

Пример 3. Вычисляем произведение $13 \cdot 48 \cdot 12$.
 Произведение 13 и 12 равно 156, а на 156 умножить можно и другие числа, поэтому:

Пример 4. Вычисляем сумму чисел от 1 до 10.
 Сумма соседних чисел от 1 до 100. Чтобы показать, как было получено, рассмотрим более простую задачу: найдем сумму чисел от 1 до 10.
 Выпишем эту сумму дважды, расположив во втором случае слагаемые в обратном порядке:
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$
 $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$
 Каждая пара чисел, расположенная друг над другом, в сумме дает 11, а всего таких пар 10. Значит, полная сумма равна $(11 \cdot 10) : 2 = 55$. Итого:
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$.

Попробуйте теперь сами найти сумму $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$, которую так быстро вычислил Гаусс.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1) Запишите с помощью букв переместительные и сочетательные свойства сложения и умножения.
 2) Вычислите сумму $(13 \cdot 48) \cdot (17 + 12)$, сгруппировав слагаемые иначе.
 3) Каким образом сгруппировать множители в произведении $2 \cdot 13 \cdot 6$ и вычислите результат.

Оглавление 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 140

5 Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

Пример 2. Вычисление произведения

$$4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25$$

$$4 \cdot 25 = 100$$

$$7 \cdot 11 = 77$$

00:24 ДАЛЕЕ 2 00:09 Без остановок

5 Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

Пример 2. Вычисление произведения

$$4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 25 = 77 \cdot 100 = 7700$$

$$4 \cdot 25 = 100$$

$$7 \cdot 11 = 77$$

00:33 ПАУЗА 1 00:00 Без остановок

Электронное приложение



Электронное приложение



Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

Игра «Конь»

Правила игры

Два игрока — вы и компьютер — по очереди ставят коней на шахматную доску размера $N \times M$. Каждого нового коня нужно ставить так, чтобы он не оказался под боем уже находящихся на доске коней (напомним, что конь ходит буквой «Г»).

Тот, кто не может сделать ход (все поля уже находятся под боем), проигрывает. Чтобы поставить коня в нужную вам клетку, щёлкните по этой клетке мышью.

Желаем удачи!

Игра «Конь»

Уровень 1 Счет 0:1 Ваш ход: куда поставить коня?

Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Упражнение 408

На клетчатой бумаге нарисованы три треугольника. Передвиньте точки так, чтобы

- треугольник ABC стал прямоугольным,
- треугольник KLM — равнобедренным,
- треугольник PQR — прямоугольным и равнобедренным.

Лаборатория «Планиметрия»

Проверить

Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Учебник Каталог Избранное Журнал

Игра «Конь»

Правила игры

Два игрока — вы и компьютер — по очереди ставят коней на шахматную доску размера $N \times M$. Каждого нового коня нужно ставить так, чтобы он не оказался под боем уже находящихся на доске коней (напомним, что конь ходит буквой «Г»).

Тот, кто не может сделать ход (все поля уже находятся под боем), проигрывает. Чтобы поставить коня в нужную вам клетку, щёлкните по этой клетке мышью.

Желаем удачи!

Игра «Конь»

Вы проиграли

Уровень 1 Счет 0:1 Игра закончена — вы проиграли

Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс (Е.А. Бунимович и др.)

Упражнение 408

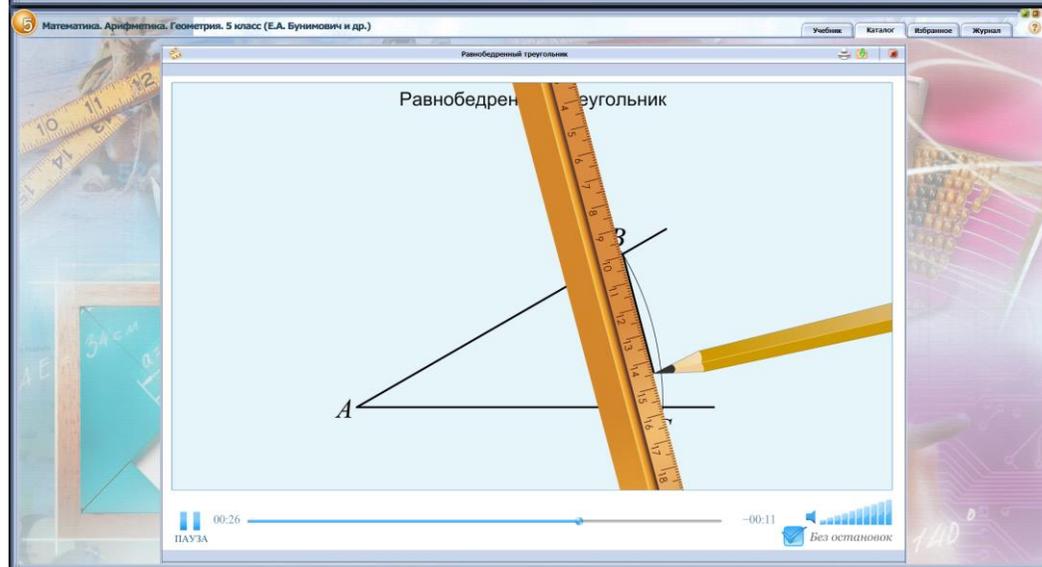
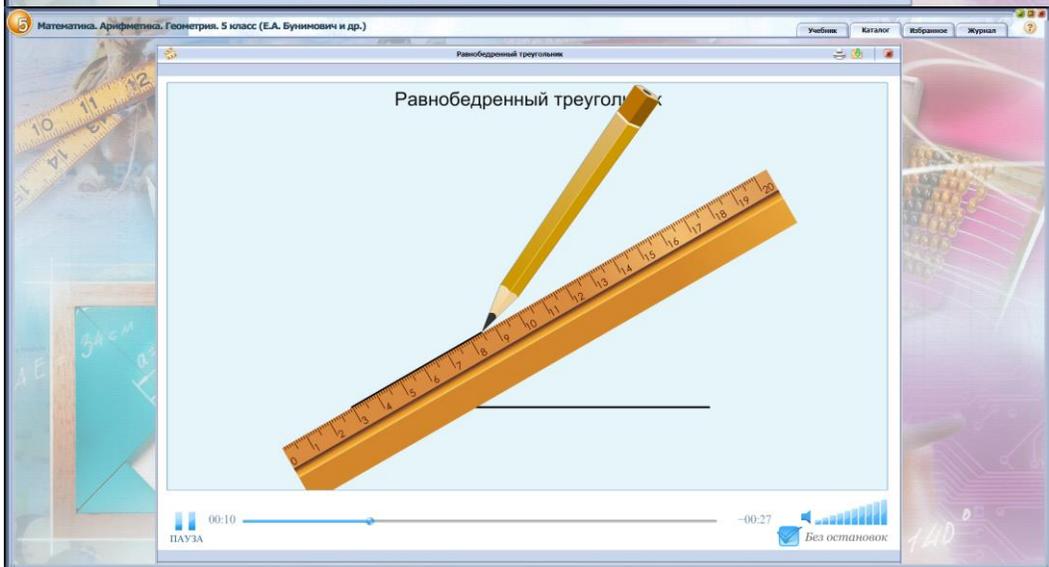
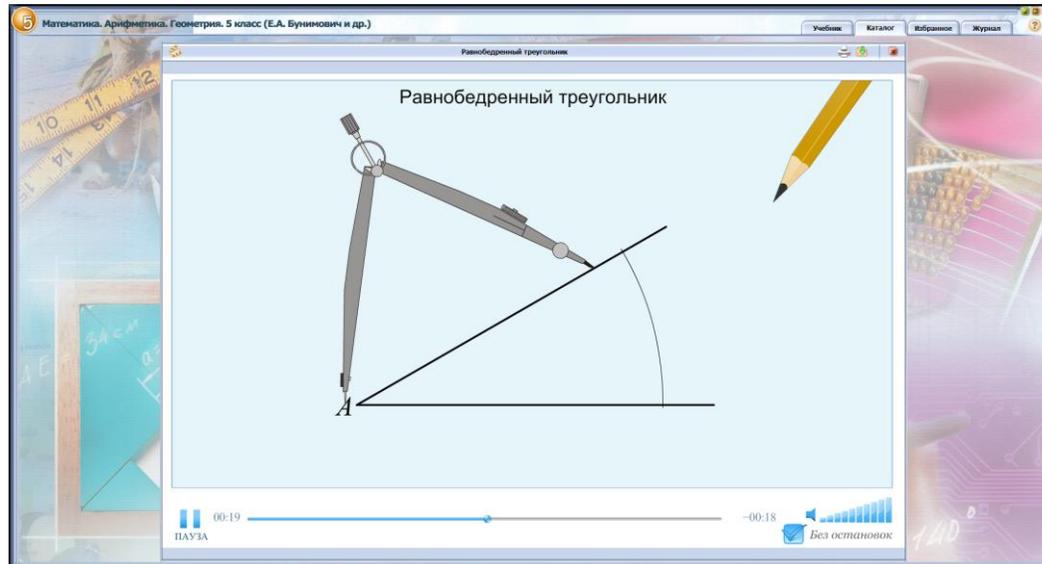
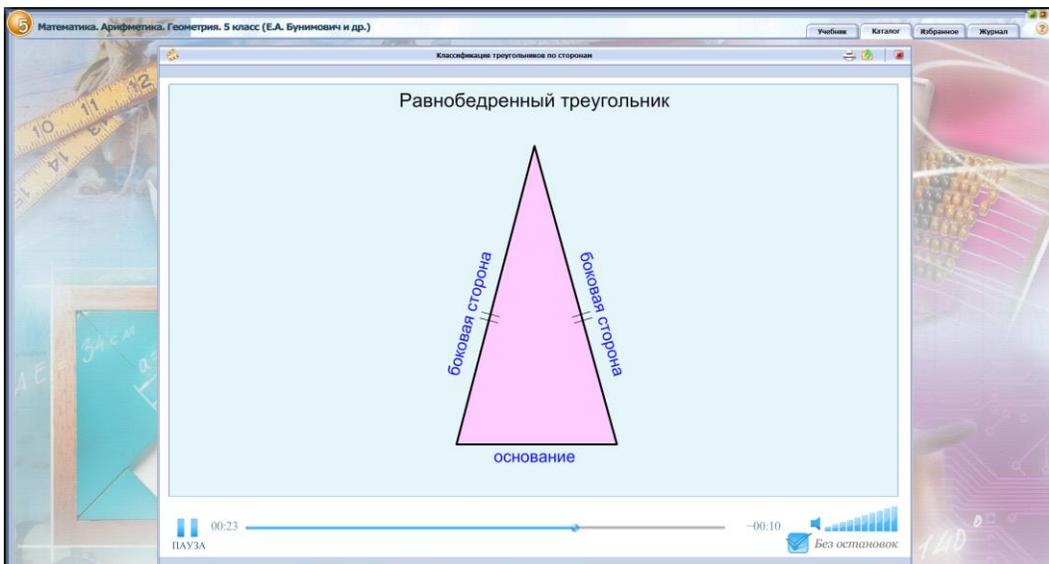
На клетчатой бумаге нарисованы три треугольника. Передвиньте точки так, чтобы

- треугольник ABC стал прямоугольным,
- треугольник KLM — равнобедренным,
- треугольник PQR — прямоугольным и равнобедренным.

Лаборатория «Планиметрия»

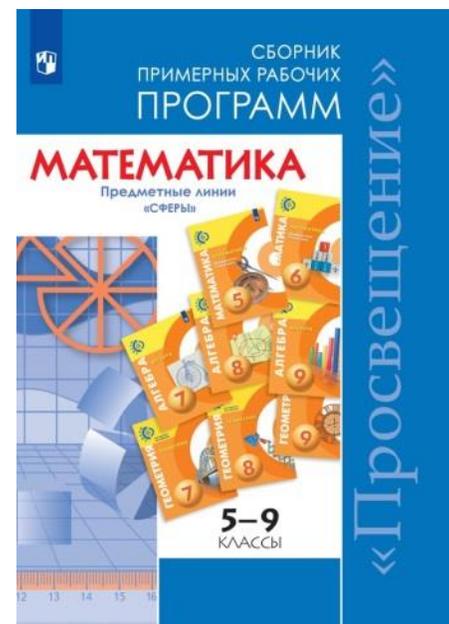
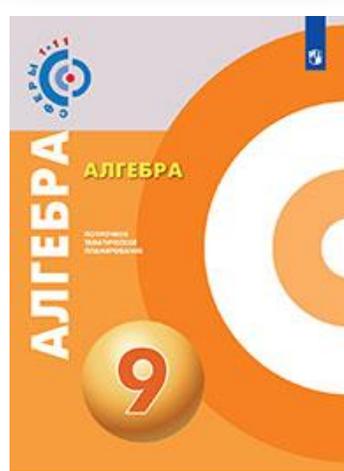
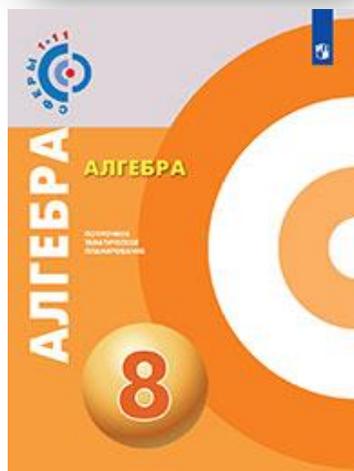
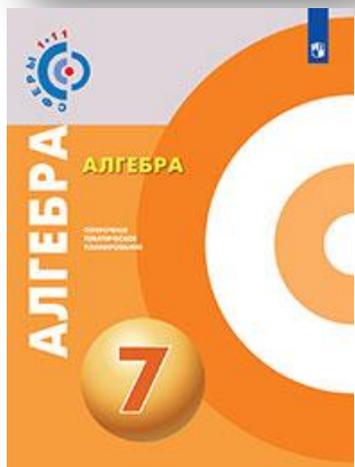
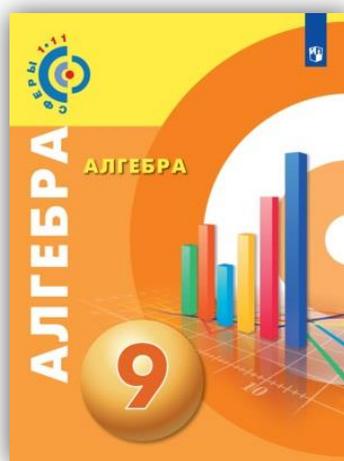
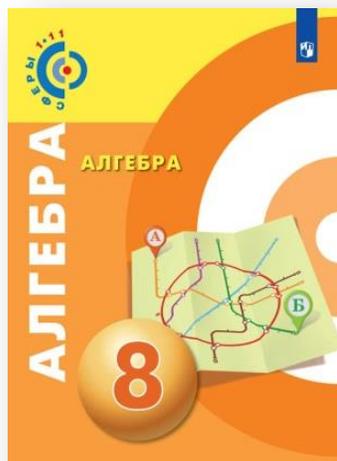
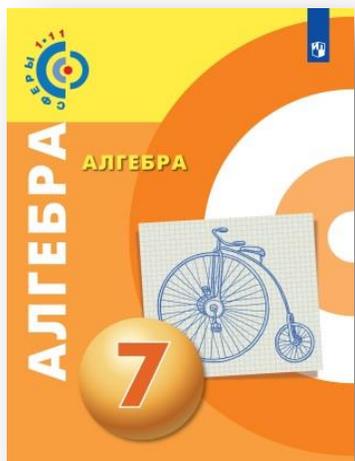
Хорошо. Решено с 3-й попытки

Электронное приложение





Состав УМК «Сферы» по алгебре для 7-9 классов.
Авторы: Е.А. Бунимович, Г.В. Дорофеев, Л.В. Кузнецова,
С.С. Минаева, Л.О. Рослова, С.Б.Суворова



Состав УМК:

- Учебник бумажный,
- ЭФУ,
- Рабочие программы,
- Поурочное тематическое планирование

Перспективный состав УМК:

- Тетрадь-тренажёр,
- Тетрадь-экзаменатор,
- задачник

Поурочное тематическое планирование (размещено на сайте)



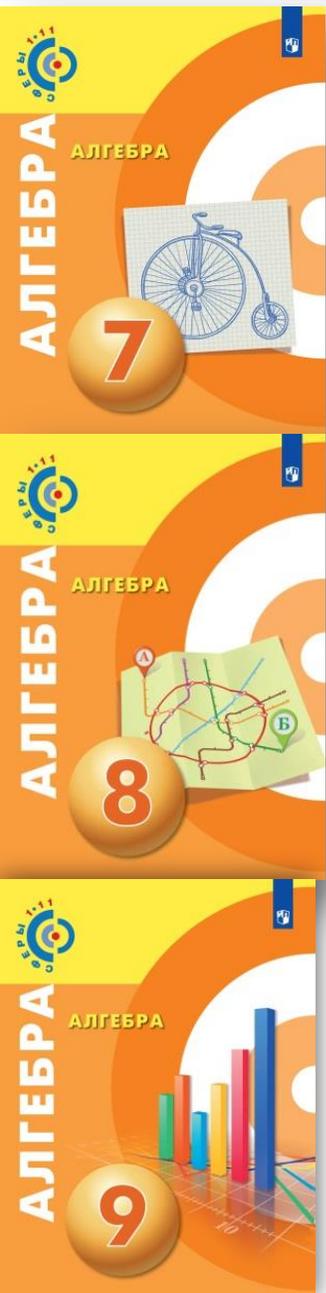
УМК «Сферы» по алгебре для 7-9 классов

Данные учебники по алгебре продолжают линию учебно-методических комплексов «Сферы» по математике, начатую учебниками для 5–6 классов. В содержательном плане материалы учебников направлены на формирование центральных алгебраических понятий и развитие умения применять их при решении как математических задач, так и задач прикладного характера.

Учебники отличает:

- усиление общекультурной составляющей,
- систематическая демонстрация связи математики с окружающим миром,
- внимание к развитию познавательных способностей ученика, коммуникативных умений.

В учебнике есть материал, изучение которого предполагает коллективную деятельность, совместное обсуждение проблемы, планирование и организацию работы в группах, обсуждение результата. Возможности для формирования коммуникативной компетентности дают задания творческого, исследовательского характера, выделенные в специальную рубрику «Задача-исследование».



Особенности учебников по алгебре для 7-9 классов



6

РУБРИКИ НА СТРАНИЦАХ УЧЕБНИКА

На страницах учебника вы увидите специальные знаки, которые помогут вам в работе с текстом.

«ВНИМАНИЕ!» Так выделяется утверждение, которое нужно запомнить.

«В ФОКУСЕ». Важная деталь, на которую полезно обратить внимание.

«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОКНОТ». Небольшой фрагмент на полях, который содержит дополнительную информацию.

«ЗАПИСЫВАЕМ РЕШЕНИЕ». Примеры решений некоторых задач.

«СПРАВКА». Здесь содержится полезный справочный материал.

1 Так обозначены упражнения полегче.

10 Так обозначены упражнения потруднее.

АУТОРЕ
ONHARDO EULERO
fieri Regio. 15 Academia Imperiali Scientiarum
vna PETROPOLITANA Societate

ГЛАВА 1 ДРОБИ И ПРОЦЕНТЫ

- ДРОБИ ОБЫКНОВЕННЫЕ И ДЕСЯТИЧНЫЕ
- СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ
- ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ
- ПРОЦЕНТЫ ВОКРУГ НАС
- СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
- СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ
- ЧАСТОТА СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Узнайте больше
□ ПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА СТЕПЕНИ

ИНТЕРЕСНО
В своём письме Леонард Эйлеру от 7 июня 1742 года немецкий математик Кристиан Гольдбах изложил гипотезу, которая теперь носит его имя и звучит так: «Всякое целое чётное положительное число, большее или равное 4, может быть выражено как сумма двух простых чисел». Несмотря на столь простую формулировку, гипотеза эта до сих пор не доказана, хотя большинство математиков считают, что она должна быть верной. В своё время Эйлер с помощью вычислений убедился, что она верна до числа 2500, а в настоящее время с помощью компьютеров она проверена для всех чётных чисел до двух триллионов.

16

ГЛАВА 1 ■ ДРОБИ И ПРОЦЕНТЫ

УПРАЖНЕНИЯ

ЧТО ТАКОЕ СТЕПЕНЬ

30 Запишите каждое выражение в виде произведения или степени:

- а) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ и $2 + 2 + 2 + 2 + 2$;
 б) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$;
 в) $(-7) \cdot (-7)$ и $(-7) + (-7) + (-7)$;
 г) $a + a + a + a$ и $a \cdot a \cdot a \cdot a$;
 д) $b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b$ и $b + b + b + \dots + b$;
 15 множителей 10 слагаемых
 е) $x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ и $x + x + x + \dots + x$.
 m множителей n слагаемых

31 Выполните возведение в степень:
 а) 5^4 ; б) $1,5^2$; в) $(\frac{2}{7})^3$; г) $0,1^5$; д) $(-8)^2$; е) $(-\frac{1}{4})^2$; ж) $(-0,2)^6$.

32 Найдите значение выражения $(-3)^n$ при $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

33 Прочитайте в объяснительном тексте, как выполнено вычисление 2^8 . Найдите $4^2, 4^4, 4^4$. Пользуясь полученными результатами, вычислите: $4^2, 4^4$.

34 Представьте разными способами 5^8 в виде произведения:
 1) двух степеней с основанием 5;
 2) трёх степеней с основанием 5.

ВЫЧИСЛЯЕМ ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНИ

35 Вычислите:
 а) $8 + 7^2, (8 + 7)^2, 8^2 + 7^2$; в) $5 \cdot 2^4, (5 \cdot 2)^4, 5^4 \cdot 2^4$;
 б) $(11 - 6)^3, 11 - 6^3, 11^3 - 6^3$; г) $(10 : 2)^3, 10 : 2^3, 10^3 : 2^3$.

36 Запишите два выражения и вычислите их значения:
 а) сумма квадратов чисел -3 и 4 , квадрат суммы чисел -3 и 4 ;
 б) квадрат разности чисел $0,3$ и $1,3$, разность квадратов чисел $0,3$ и $1,3$;
 в) разность кубов чисел 2 и 3 , куб разности чисел 2 и 3 ;
 г) куб суммы чисел $0,3$ и $-0,1$, сумма кубов чисел $0,3$ и $-0,1$.

37 Вычислите:
 а) $5 \cdot (-3)^3 + 7$; в) $5 \cdot (0,8 - 1,1)^3$;
 б) $-30 - 10 \cdot (-0,1)^4$; г) $7 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 8$.

Внимание! Ученик ошибся в записи одного из данных неравенств: $(-25)^3 < 0$; $(-17)^3 < (-17)^2$; $(-10)^3 < (-10)^2$. Объясните, в чём состоит ошибка, и запишите неравенство правильно.



УМК «Сферы» по алгебре для 7-9 классов

Главными особенностями учебника являются:

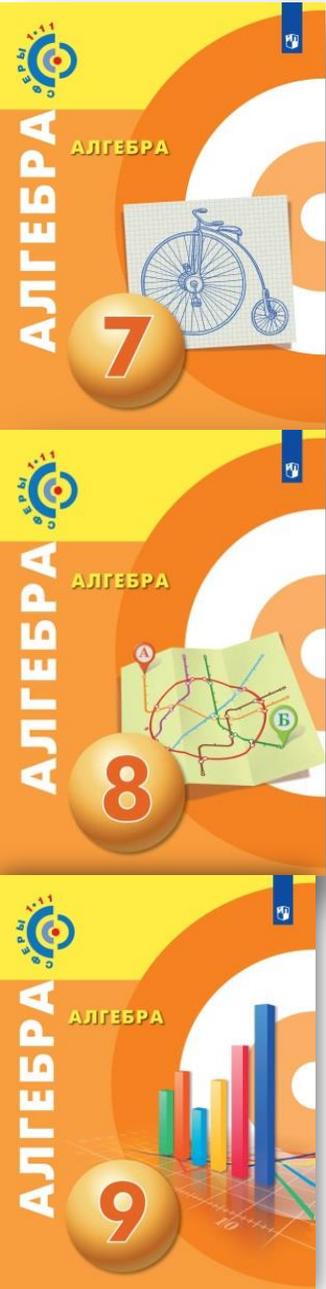
- фиксированный в тематических разворотах формат,
- лаконичность и жёсткая структурированность текста,
- структурированность системы упражнений,
- разнообразный иллюстративный ряд.

Методический аппарат учебника ориентирован на формирование у учащихся способности к осознанному выбору уровня овладения материалом, индивидуальной траектории учебной деятельности.

Система упражнений разбита на два уровня:

- первый обеспечивает формирование знаний и умений учащихся в соответствии с базовыми требованиями,
- второй позволяет учащимся продвинуться на более высокий уровень.

Заключительная рубрика главы «Подведем итоги» позволяет ученику самостоятельно проверить, достиг ли он уровня обязательных требований, осознать, есть ли у него пробелы и если есть, то какие, продемонстрировать более сложные задания, которые он может выполнить.



Особенности учебников по алгебре для 7-9 классов



1.4

ПРОЦЕНТЫ ВОКРУГ НАС

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Где применяются проценты в реальной жизни.
- Как применить свои знания для проведения процентных вычислений.

В Древнем Риме задолго до того, как была введена десятичная система, в денежных расчётах применялись доли, кратные $\frac{1}{100}$. Например, в IV в. до н.э. существовал налог с каждого продаваемого предмета, равный $\frac{1}{100}$ его стоимости (*centesima legati venalium*). Вычисления с этими долями были похожи на вычисления с процентами. Постепенно такая практика расширилась применительно к прибыли и убытку, росту капитала, процентным ставкам, и к XVII в. проценты окончательно вошли в жизнь.



Рельефы из Неймегена. Уплата налогов или арендной платы. III в. н.э. Музей земли Рейнланд. Трир.

Свои «проценты» были и в Древнем Вавилоне (за 2000 лет до н.э.), только там их выражали не в сотых, а в шестидесятих долях, так как использовали шестидесятеричную систему счисления.

Проценты — одно из математических понятий, которые находят широкое применение в повседневной жизни. Прибыли и убытки, банковские вклады и акции, повышение цен, скидки, кредиты и др. — всё это требует понимания процентов. Проценты часто можно увидеть в таблицах и на диаграммах, без которых не обходится ни одна информационная телепередача.

«БОЛЬШИЕ» И «МАЛЕНЬКИЕ» ПРОЦЕНТЫ На практике часто приходится иметь дело с «маленькими» процентами, меньшими, чем 1%. Это бывает, когда речь идёт о долях какой-либо величины, меньших 0,01.

Пример 1. На этикетке поливитаминного препарата написано, что 0,003 его состава приходится на витамин В. Выразим эту дробь в процентах, получим, что витамин В составляет 0,3% массы таблетки поливитамина.

«Большие» проценты, превосходящие 100%, встречаются в ситуациях, когда проценты используются для сравнения величин и новая величина больше исходной.

Пример 2. Цена железнодорожного билета в январе выросла на 30%. Новая цена стала составлять 100% + 30% = 130% прежней цены. Выразим 130% десятичной дробью, получим, что цена выросла в 1,3 раза.

Рост цены билета на 100% означает, что она стала составлять 200% прежней цены, т.е. выросла в 2 раза.

Рост цены билета на 500% означает, что она стала составлять 600% прежней цены, т.е. выросла в 6 раз.

ЦЕНЫ. ПЛАТЕЖИ

Задача 1. Зонт стоил 1200 р. В конце года его цена была дважды снижена: в ноябре на 15%, а в декабре ещё на 15%. Сколько стал стоить зонт в декабре?

Решение. Способ 1. Сначала узнаем, на сколько рублей подешевел зонт в ноябре, т.е. найдём 15% от 1200 р.:

$$15\% \text{ цены} \text{ — это } 0,15 \text{ цены: } 1200 \cdot 0,15 = 180 \text{ (р.).}$$

Теперь можно узнать ноябрьскую цену зонта:

$$1200 - 180 = 1020 \text{ (р.).}$$

Второе снижение цены происходило, когда зонт уже имел новую стоимость, и 15% следует находить от этой новой стоимости, т.е. от 1020 р.:

$$1020 \cdot 0,15 = 153 \text{ (р.).}$$

Декабрьская цена зонта равна $1020 - 153 = 867$ (р.).

Способ 2. Ноябрьская цена зонта стала меньше первоначальной на 15% и составила $100\% - 15\% = 85\%$ от первоначальной цены. Найдём 85% от 1200 р.:

$$85\% \text{ цены} \text{ — это } 0,85 \text{ цены: } 1200 \cdot 0,85 = 1020 \text{ (р.).}$$

Декабрьская цена составила 85% от 1020 р.:

$$1020 \cdot 0,85 = 867 \text{ (р.).}$$



Обратите внимание на следующее. Снижение цены дважды на 15% не равно снижению этой цены на 30%. Убедимся в этом. Цена зонта — 1200 р. — после двукратного снижения на 15% стала равна 867 р., т.е. уменьшилась на 333 р. Это составило $\frac{333}{1200} = 0,2775$, т.е. 27,75% от первоначальной цены. Иногда в бытовых ситуациях достаточным бывает приближённый ответ. Округлим 27,75% до целых, получим, что зонт подешевел примерно на 28%.

ПРОИЗВОДСТВО. БИЗНЕС

Задача 2. В газете помещена статья о новом ежемесячном журнале. В ней сообщалось, что сначала тираж журнала составил 300 экземпляров, а через полгода вырос на 350%. Каким стал новый тираж журнала?

Решение. Примем начальный тираж журнала за 100%. Через полгода он увеличился на 350% и стал равным $100\% + 350\% = 450\%$ от начального тиража. Так как 450% тиража — это 4,5 тиража, то новый тираж в 4,5 раза больше начального, т.е. он равен $300 \cdot 4,5 = 1350$ (экз.).

Задачу можно решить и иначе: сначала вычислить, на сколько экземпляров вырос тираж, т.е. найти 350% от 300, а затем прибавить полученное число к начальному тиражу журнала.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Задача 3. Численность населения России на 1 декабря 2012 г. составила 143 млн человек и в январе следующего года возросла на 276 тыс. человек. На сколько процентов увеличился за указанный период численность населения России?

Решение. Найдём, сколько процентов от 143 млн составляют 276 тыс. Выразим 143 млн в тысячах, получим 143 000 тыс. Найдём отношение $\frac{276}{143\,000}$:

$$\frac{276}{143\,000} \approx 0,00193, \text{ т.е. примерно } 0,19\%.$$

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ВЕЩЕСТВА

Задача 4. К 200 г 30%-ного раствора соли долили 100 г воды. Сколько процентов соли в получившемся растворе?

Решение. Слова «30%-ный раствор соли» означают, что соль составляет 30% всей массы раствора. Значит, её масса равна $200 \cdot 0,3 = 60$ (г).

После того как в раствор долили 100 г воды, его масса стала равной 300 г, а количество соли в нём не изменилось. Найдём отношение массы соли к общей массе полученного раствора и выразим его в процентах:

$$\frac{60}{300} = \frac{1}{5} = 0,2. \text{ Значит, в растворе } 20\% \text{ соли.}$$


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Выразите десятичной, а затем обыкновенной дробью 0,04% массы таблетки поливитамина.
- Какой процент от первоначального тиража книги составил следующий тираж, если он увеличился на: а) 50%; б) 100%; в) 250%? Во сколько раз увеличился тираж в каждом случае?
- Найдите в литературе, средствах массовой информации примеры, содержащие процентные данные, и составьте с этими данными задачу.

УПРАЖНЕНИЯ

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ И МОДА

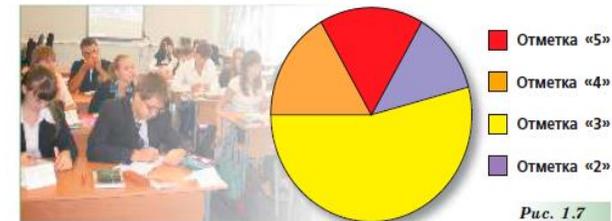
- 76** Найдите среднее арифметическое и моду (если она есть) ряда: а) 13, 15, 13, 12, 12, 12, 13, 14, 13, 15, 13; б) 39, 54, 33, 36, 20, 29, 35, 50, 21.
- 77** Измерил рост двенадцати солдат подразделения, получили следующие данные (в см): 178, 169, 191, 182, 171, 173, 174, 180, 179, 164, 178, 185. Найдите средний рост солдат подразделения и число солдат выше среднего роста. (Используйте калькулятор.)
- 78** В отделе мужской обуви универмага в течение дня производился учёт размеров купленной обуви. Были получены следующие результаты: 44, 40, 43, 39, 42, 42, 42, 45, 41, 43, 43, 41, 42, 46, 40, 41, 42, 39, 42, 45, 42, 43, 44, 44, 41, 42. Чему равна мода ряда размеров купленной обуви и что характеризует этот показатель?
- 79** Средняя масса волнистых попугайчиков школьного живого уголка 42 г. Масса Таниного любимого попугайчика равна 43 г. Верны ли следующие утверждения?
а) Все попугайчики, кроме Таниного любимца, имеют массу 42 г.
б) Массы всех попугайчиков живого уголка, кроме Таниного любимца, меньше 42 г.
в) В уголке есть попугайчик, масса которого меньше 42 г.
г) В уголке есть попугайчик, масса которого равна 41 г.

80 В таблице представлены данные о количестве детей в семьях города.

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5	6
Число семей	255	320	210	80	18	6	1

Найдите среднее число детей в семье и моду (количество детей в наиболее типичной семье). (Используйте калькулятор.)

81 Завуч школы подвела итоги контрольной работы по алгебре в 7 классах и представила результаты на круговой диаграмме (рис. 1.7). Найдите моду ряда отметок и средний результат по контрольной работе.



Особенности учебников по алгебре для 7-9 классов



62

ГЛАВА 2 ■ ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

УЗНАЙТЕ БОЛЬШЕ

ЗАДАЧИ НА «СЛОЖНЫЕ» ПРОПОРЦИИ

В старых учебниках арифметики (XVI–XIX вв.) большое внимание уделялось решению задач на прямую пропорциональность и обратную пропорциональность. Задачи были трудные, и существовало много специальных правил решения в зависимости от числа величин, которые рассматривались в задаче. Но все эти правила основывались на одном общем способе рассуждения, который позволяет решать на первый взгляд «нерешаемые» задачи. Рассмотрим его.

Задача. Бригада студентов из 16 человек за 20 дней собрала 180 тонн картофеля. Сколько картофеля уберёт бригада из 12 человек за 28 дней, если каждый человек будет работать с такой же производительностью?

Решение. Запишем кратко в две строки условие задачи, так чтобы неизвестная величина находилась в конце второй строки (для удобства):

16 студентов — 20 дней — 180 т,
12 студентов — 28 дней — x т.

Будем последовательно менять одну из величин в верхней строке, оставляя другие неизменными, пока не получим нижнюю строку, следующим образом:

16 студентов за 20 дней собрали 180 т;

1 студент за 20 дней соберёт в 16 раз меньше: $\frac{180}{16}$ т;

12 студентов за 20 дней соберут в 12 раз больше: $\frac{180 \cdot 12}{16}$ т;

12 студентов за 1 день соберут в 20 раз меньше: $\frac{180 \cdot 12}{16 \cdot 20}$ т;

12 студентов за 28 дней соберут в 28 раз больше: $\frac{180 \cdot 12 \cdot 28}{16 \cdot 20}$ т.

Теперь проведём вычисления и получим ответ: $\frac{180 \cdot 12 \cdot 28}{16 \cdot 20} = 189$ т.

Пользуясь этим приёмом, решите следующие задачи.

1) В конноспортивной школе на 5 лошадей за 30 дней расходуется 1000 кг овса. На сколько дней хватит 200 кг овса для 10 лошадей при той же норме?

2) Для 15 человек, отправляющихся в экспедицию на 20 дней, заготовили 300 бутылок воды.

а) Сколько бутылок воды при той же норме надо добавить к уже заготовленным, если длительность экспедиции будет 30 дней и в ней будет участвовать 20 человек?

б) На сколько дней хватит 500 бутылок воды, если в экспедицию отправятся 10 человек?

в) Сколько человек можно отправить в 10-дневную экспедицию, если заготовлено 200 бутылок воды?

3) Команда из трёх операторов за 24 ч набрала на компьютере 700 страниц рукописи. Оставшиеся 350 страниц требуется набрать за 4 ч. На сколько человек надо увеличить команду, чтобы она могла выполнить эту работу?



90

ГЛАВА 3 ■ ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕБРУ

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

Преобразовать буквенное выражение — это значит заменить его другим выражением, принимающим при любых значениях букв, допустимых для каждого из них, те же значения, что и исходное. Исходное и преобразованное выражения называют **тождественно равными выражениями** или просто **равными**.

Правила преобразования сумм и произведений:

● в любой сумме слагаемые можно как угодно переставлять и объединять в группы;

● в любом произведении множители можно как угодно переставлять и объединять в группы.

Правила раскрытия скобок:

● чтобы к некоторому выражению прибавить алгебраическую сумму, надо прибавить к нему отдельно каждое слагаемое этой суммы;

● чтобы из некоторого выражения вычесть алгебраическую сумму, надо прибавить к нему отдельно каждое слагаемое этой суммы, взяв его с противоположным знаком;

● чтобы некоторое выражение умножить на алгебраическую сумму, нужно умножить это выражение отдельно на каждое слагаемое и результаты сложить.

Правило приведения подобных слагаемых:

Слагаемые, имеющие одну и ту же буквенную часть, называют **подобными слагаемыми**.

Чтобы привести подобные слагаемые, нужно:

1) сложить их коэффициенты;

2) умножить сумму на общую буквенную часть.

$$\begin{aligned} a(b+c) \text{ и } ab+ac, \\ a-(b+c) \text{ и } a-b-c, \\ \frac{a+b}{c} \text{ и } \frac{a}{c} + \frac{b}{c} - \\ \text{равные выражения} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -a+5+b &= \\ &= b-a+5 \end{aligned}$$

$$ab \cdot (-3c) = -3abc$$

$$\begin{aligned} a+(b-c+a) &= \\ &= a+b-c+a = \\ &= 2a+b-c \\ a-(b-c+a) &= \\ &= a-b+c-a = \\ &= c-b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3c(2a-5) &= \\ &= 3c \cdot 2a - 3c \cdot 5 = \\ &= 6ac - 15c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4a+b-5a+1+3b &= \\ -a+b+1+3b &= \\ -a+4b+1 &= \end{aligned}$$

1) Упростите выражение:
а) $y \cdot (-2a)(-3b)$; б) $2xy \cdot 7xz$; в) $5ab \cdot (-0,2b)$.

2) Приведите подобные слагаемые:
а) $3x - x + 7x - 3x$; б) $2b - a + 4b - 7a + 7$.

3) Составьте выражение по условию задачи и упростите его:

а) В одном ведре x л воды, в другом — на 3 л больше, а в третьем — на 4 л меньше, чем в первом. Сколько литров воды в трёх ведрах?

б) Одна сторона прямоугольника a см, а другая — на m см больше. Чему равен периметр прямоугольника?

4) Найдите значение выражения $2a + 3 - 1,5a + 0,5$ при $a = -3$; 0 ; 4 .

5) Упростите выражение: а) $4a + (a+b) - (2a+3b)$; б) $2(x+3y) - (3x-y)$.

3.2 ■ БУКВЕННАЯ ЗАПИСЬ СВОЙСТВ ДЕЙСТВИЙ НАД ЧИСЛАМИ

73

Найдите два варианта ответа на вопрос задачи и запишите соответствующее равенство (№ 196–198):

196) а) В магазине продаются орехи, расфасованные в пакеты по x граммов в каждом. Продали a пакетов с грецкими орехами, b пакетов с арахисом и c пакетов с фундуком. Какова общая масса проданных орехов?
б) Автомобиль ехал сначала t часов по просёлочной дороге со скоростью x км/ч, а затем столько же времени по шоссе, но со скоростью y км/ч. Какое расстояние в общей сложности он проехал?

197) а) Мама купила моток тесьмы, в котором было a м. Сначала она отрезала от него b м, а затем ещё c м. Сколько тесьмы осталось в мотке?
б) У Тани в кошельке было x р. Чтобы оплатить в магазине покупку, она дала продавцу купюру достоинством y р. и получила z р. сдачи. Сколько у неё осталось денег в кошельке?

198) а) В кафе завезли n упаковок питьевой воды. В каждой упаковке m бутылок по k литров. Сколько всего литров воды завезли в кафе?
б) В магазин завезли n ящиков с пачками сливочного масла. Пачки в ящиках уложены в x слёёв; в одном слёе y рядов по z пачек в каждом ряду. Сколько всего пачек масла завезли в магазин?

199) Составьте несколько различных выражений для вычисления площади прямоугольника, изображённого на рисунке 3.3, и запишите цепочку равенств.

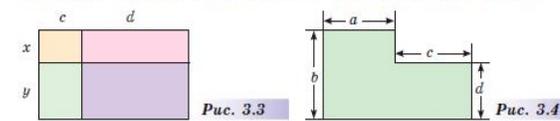


Рис. 3.3

Рис. 3.4

200) Найдите площадь фигуры (рис. 3.4) сначала вычитанием площадей, а потом сложением площадей и запишите соответствующее равенство.

201) Если в смешанной дроби целая часть равна a , а дробная равна $\frac{b}{c}$ (a, b и c — натуральные числа), то эта дробь есть краткая запись суммы $a + \frac{b}{c}$. Запишите с помощью букв правило обращения смешанной дроби в неправильную дробь.

202) Запишите с помощью букв приём, используя который можно разделить:

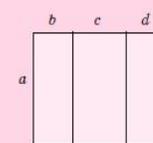
а) сумму трёх чисел на некоторое число;

б) сумму четырёх чисел на некоторое число.

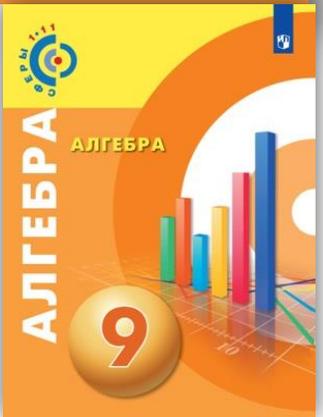
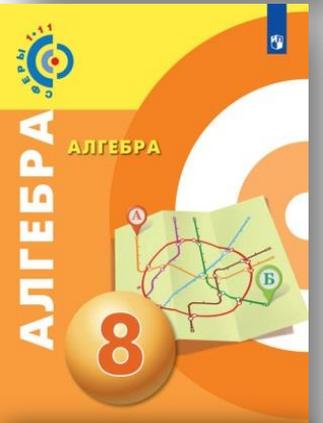
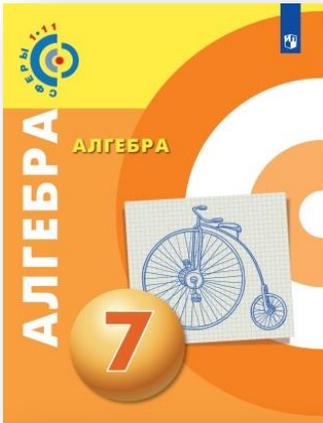
Важно!

Ученик записал различные способы вычисления площади большого прямоугольника, который разрезан на три прямоугольника. Определите, какие из приведённых ниже равенств неверно.

1) $a(b+c+d) = ab+ac+ad$;
2) $a(b+c+d) = a(b+c)+ad$;
3) $ab+ac+ad = a(b+c)+a(c+d)$.



УМК «Сферы» по алгебре для 7-9 классов

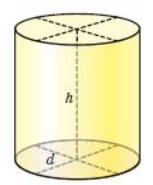
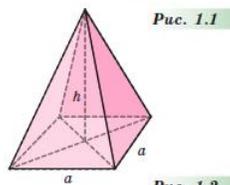


- Мотивированное и доступное изложение теоретических сведений. Использование полей для специальных рубрик с историческими сведениями, справочным материалом, образцами решения, структурированность системы упражнений – всё это стимулирует осознанное и мотивированное освоение содержания, развитие интереса к предмету.
- Исторические фрагменты органично включаются в объяснительный текст, подчеркивая значимость изучаемого вопроса и показывая взаимное влияние развития математики и общественного прогресса, делая изучаемый материал более интересным.
- Структурирование содержания курса по спирали позволяет возвращаться к изученному ранее материалу на новом уровне, включать знания в новые связи, формировать их в системе.
- Акцент на практическое применение математики в реальной жизни, в смежных дисциплинах. Практико-ориентированные задания выделены в рубрику «Математика вокруг нас».
- Создание условий для организации учебной исследовательской деятельности, формирования условий для самостоятельности и критичности мышления.
- Привлечение современных сюжетов, близких жизненному опыту учащихся, в теоретическом и задачном материале; наличие интересных для учащихся форм подачи материала.

Особенности учебников по алгебре для 7-9 классов



38 а) Объём пирамиды, в основании которой квадрат (рис. 1.1), вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3}a^2h$. Найдите объём пирамиды, если $a = 7$ см, $h = 10$ см. (Ответ округлите до единиц.)
б) Объём цилиндра, диаметр основания которого равен его высоте (рис. 1.2), можно приблизительно вычислить по формуле $V \approx \frac{3d^3}{4}$. Найдите объём цилиндра при $d = 1,2$ м. (Ответ округлите до десятых.)



39 Расположите в порядке возрастания числа:
а) $-1,2$; $-1,2^2$; $1,2$; $(-1,2)^2$;
б) $0,15$; $-0,15$; $(-0,15)^2$; $(-0,15)^3$.

40 Сравните числа a и a^2 , если известно, что:
а) $a < 0$; б) $0 < a < 1$; в) $a > 1$.
Подсказка. Проведите числовой эксперимент.

ЗАПИСЫВАЕМ БОЛЬШИЕ И МАЛЫЕ ЧИСЛА

41 Представьте в виде степени с основанием 10 следующие числа:
1) 10; 100; 1000; 10 000; 100 000; 1 000 000;
2) 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,00001; 0,000001.

42 Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:
а) 312 586; б) 2 432 750; в) 48 017; г) 536 900; д) 7 804 020.
Образец. $27\ 135 = 2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5$.

43 Запишите значение указанной величины с помощью натурального числа или десятичной дроби:
1) расстояние от Земли до звезды Сириус равно $8,19 \cdot 10^{13}$ км;
2) радиус молекулы воды равен $1,4 \cdot 10^{-7}$ мм.

44 Используя степени числа 10, выразите:
1) 1 км в метрах, в сантиметрах, в миллиметрах;
2) в метрах 1 см, 1 мм, 1 мк (1 мк — один микрон, тысячная доля миллиметра).

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

Лист бумаги несколько раз перегнули пополам. Толщина листа 0,1 мм.
1) Чему будет равна толщина сложенного листа, если его перегнули 6 раз? Запишите ответ, используя степень числа 2, и вычислите значение полученного выражения.
2) Запишите формулу для вычисления толщины сложенного листа, обозначив буквой T толщину сложенного листа и буквой n число перегибаний.



- Сведите все результаты в общую таблицу.
- Найдите частоту каждого исхода.
- Сопоставьте свой результат с результатом в тексте.

107 Проведите 150 экспериментов по подбрасыванию металлической крышки от бутылки. Каждый из экспериментов может завершиться одним из двух вариантов: крышка упадёт вверх дном или вверх зубцами. Результаты оформите в виде таблицы.

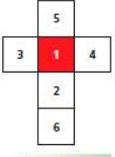
Событие	Подсчёты	Всего
A:		
B:		
Итого:		150

1) Подсчитайте частоту события A и частоту события B.
2) Пусть двое играют, подбрасывая такую крышку. Один выигрывает при появлении события A, а другой — при появлении события B. Используя полученные статистические данные, определите, справедлива ли эта игра. Что нужно сделать, чтобы ваш вывод был более обоснованным?

108 Проведите 50 экспериментов по подбрасыванию игрового кубика. Каждый из этих экспериментов может завершиться одним из шести возможных вариантов: выпадет 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Полученные результаты оформите в виде таблицы. Сведите все результаты, полученные в классе, в общую таблицу.

- 1) Вычислите частоту каждого значения выпавших очков.
- 2) Справедливо ли использование игрового кубика в настольных играх?
- 3) Какое событие более вероятно: «выпадет одно очко» или «выпадет не одно очко»?

109 Изготовьте «неправильный» игровой кубик из листа плотной бумаги. Для этого надо вырезать развёртку куба (например, такую, как на рисунке 1.13), написать на гранях цифры и склеить кубик, предварительно прикрепив с внутренней стороны грани с цифрой 1 кусочек пластилина. Подбросьте кубик 1000 раз. Сколько раз при этом выпадет одно очко? Сравните этот результат с результатом из № 108 (2).
Замечание. В экспериментах с «неправильными» кубиками нельзя объединять результаты, полученные разными группами, поскольку такие кубики нельзя считать одинаковыми.



110 **МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС** Готовясь к участию в телеигре «Поле чудес», где по буквам отгадываются слова, Олег задумался: «Какую букву стоит назвать первой, когда в слове ещё не угадано ни одной буквы?» Понятно, что надо начать с самой распространённой в русском языке буквы. Но как её определить? Чтобы помочь Олегу, 33 его одноклассника распределили между собой все буквы алфавита, взяли один и тот же текст и каждый посчитал, сколько раз в нём встречается его буква. Так они экспериментально определяли самую распространённую букву русского алфавита. Как вы думаете, что это за буква? Чтобы проверить свою догадку, проведите в классе такой же эксперимент.

127 С помощью электронасоса за 7 секунд можно накачать в бак 20 литров воды.
а) За какое время можно этим же насосом наполнить бак, вмещающий 200 литров воды? 120 литров воды?
б) Сколько литров воды можно накачать этим насосом за 14 секунд? за 35 секунд?
Образец. Можно решать задачу по действиям, вычислив сначала, сколько воды накачивается за одну секунду. Но вы знаете, что количество накачиваемой воды пропорционально времени работы насоса, поэтому можете рассуждать иначе, гораздо эффективнее: 200 л в 10 раз больше, чем 20 л, поэтому и времени потребуется в 10 раз больше, т. е. 70 с. Рассуждая так же, доведите решение до конца.

128 Оля шла с постоянной скоростью и за 12 мин прошла 600 метров.
а) Сколько метров прошла Оля за первые 4 мин? Сколько метров пройдёт она в следующие 6 мин, если будет идти с такой же скоростью?
б) Сколько времени ей потребовалось, чтобы пройти 150 м? Сколько времени потребуется, чтобы пройти 1 км 200 м?

129 **МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС** В кулинарной книге приведён рецепт салата «Летний» на 6 порций. Рассчитайте количество продуктов для 3 порций салата; для 12 порций салата.

ПРОДУКТЫ	6 порций	3 порции	12 порций
Помидоры	300 г		
Молодой картофель	250 г		
Свежие огурцы	200 г		
Зелёный лук	120 г		
Укроп	70 г		
Яйца	2 шт.		
Майонез или сметана	50 г		

130 Зимой аквариумных рыбок кормят 3 раза в неделю. Примерная порция на одно кормление: сухая дафния — четверть чайной ложки на 5 рыбок, мотыльк — 3 штуки на одну рыбку средней величины. Сколько корма каждого вида надо запастись на 4 недели, если в аквариуме 25 рыбок? 50 рыбок?

131 Из 360 г шерстяной пряжи можно связать шарф шириной 10 см и длиной 2 м. Сколько такой же пряжи требуется, чтобы связать шарф шириной 40 см и длиной 1 м?

132 а) За определённое время с помощью принтера было распечатано 30 страниц. Сколько страниц будет распечатано за это же время на принтере, производительность которого на 50 % больше?
б) В садовом хозяйстве за сезон собирают 600 кг смородины. После специальных мер урожайность кустов удалось повысить на 20 %, при этом число кустов увеличили в 2 раза. Какой урожай можно теперь ожидать в хозяйстве?

Особенности учебников по алгебре для 7-9 классов

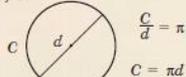


2.1

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Что многие зависимости между величинами можно описать с помощью формул.
- Как с помощью формулы находить значение одной величины, зная значения других.

Ещё в Древнем мире было известно, что отношение длины любой окружности к её диаметру равно одному и тому же числу, немного превосходящему 3.



Это число (π) не принадлежит к рациональным числам. Его нельзя представить ни обыкновенной дробью, ни десятичной. Число знаков после запятой в нём бесконечно и не подчиняется никакой закономерности. На протяжении всей истории развития математики учёные вычисляли правильные десятичные знаки этого числа, иногда посвящая нахождение нужных цифр десятилетия. Сегодня, в век компьютеров, найдено уже более 10 триллионов знаков после запятой, и это количество ежедневно увеличивается.

$$\pi \approx 3,14159265\dots$$



Памятник числу π . Сизл, Музей искусств

РЕАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ И ФОРМУЛЫ

Мы живём в мире процессов и явлений, представляющих собой разнообразные зависимости между величинами: изменение одной величины влечёт за собой изменение другой или других. Например, мы поднимаемся в горы, и с увеличением высоты снижается атмосферное давление. Земля вращается вокруг Солнца, и от этого происходит смена времён года. Это кажется настолько естественным, что проявляется даже в народном творчестве — пословицах и поговорках: «Тише едешь — дальше будешь», «Много снега — много хлеба, много воды — много травы». Вы сами можете привести подобные примеры.

ОПИСАНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ Занимаясь математикой, вы узнали много формул, описывающих зависимости между величинами, и научились с их помощью вычислять значения одних по значениям других.

Пример 1. Формула площади прямоугольника $S = ab$ выражает соотношение между площадью S и длинами сторон a и b . Практический смысл этой формулы в том, что для нахождения площади прямоугольника достаточно измерить его стороны и перемножить получившиеся числа.

Пример 2. Формула пути равномерного движения $s = vt$ выражает зависимость расстояния s от скорости движения v и времени движения t . Это главное соотношение между расстоянием, скоростью и временем движения позволяет по любым двум из указанных величин найти третью с помощью вычислений.

Пример 3. Вы, конечно, слышали выражения *производительность работы, производительность машины, устройства*. Каменщик выкладывает стену из кирпичей, принтер распечатывает документ, насос подаёт воду в резервуар. Во всех этих случаях выполняется некоторая работа, и объём проделанной работы зависит от скорости её выполнения — от того, сколько кирпичей каменщик выкладывает, например, за час, сколько страниц принтер распечатывает в минуту, сколько литров воды накачивает за минуту насос. Эту величину, показывающую, какой объём работы выполняется в единицу времени, и называют производительностью.

Для вычисления объёма произведённой работы надо производительность умножить на время её выполнения. Обозначим объём всей работы (число уложен-

ных кирпичей, распечатанных страниц, литров накачанной воды) буквой P , производительность — буквой p , а время работы — буквой t . Получим формулу, связывающую эти величины: $P = pt$.

ПЕРЕМЕННЫЕ И КОНСТАНТЫ При вычислениях вместо букв в формулу можно подставлять разные числа. Например, в формуле $s = vt$ время и скорость могут меняться, и в зависимости от этого будет меняться расстояние. Такие изменяющиеся величины называют *переменными величинами*, а буквы, которыми они обозначены, — *переменными*.

Но буквой в формуле не всегда обозначена переменная. Например, в известной вам формуле длины окружности $C = \pi d$ буквой π обозначено число, равное отношению длины окружности C к длине её диаметра d и являющееся одним и тем же для любой окружности. Говорят, что π — это *постоянная*, или *константа* (от лат. слова *constantis*, означающего «постоянная»). А в ещё неизвестной вам знаменитой формуле Альберта Эйнштейна $E = mc^2$ буквой c обозначена константа, равная скорости света (наиболее точное её значение на сегодняшний день — 299 792 458 м/с).

Каждая переменная в формуле связана с множеством значений, которые она может принимать. Так, в формуле $s = vt$ переменные могут принимать только положительные значения. Более того, эти значения находятся в ограниченном промежутке. Например, если этой формулой описывается скорость пешехода, то значения скорости v не могут превышать 5–6 км/ч.

ВЫЧИСЛЕНИЯ ПО ФОРМУЛАМ Для того чтобы вычислить какую-либо величину по формуле, надо подставить значения известных величин вместо букв, их обозначающих. При этом необходимо соблюдать важное правило: надо следить за тем, чтобы единицы, в которых выражены входящие в формулу величины, были согласованы между собой.

Так, если поезд движется со скоростью 108 км/ч, то за 10 с он пройдёт не $108 \cdot 10 = 1080$ км, а 0,3 км. Действительно, чтобы получить правильный результат, надо время выразить в часах:

$$10 \text{ с} = \frac{1}{360} \text{ ч,}$$

$$s = 108 \text{ км/ч} \cdot \frac{1}{360} \text{ ч} = \frac{108}{360} \frac{\text{км} \cdot \text{ч}}{\text{ч}} = 0,3 \text{ км.}$$

Обратите внимание: в ходе вычислений мы обращались с наименованиями так же, как и с дробями.

Приближённые значения константы c (скорости света):
299 800 000 м/с
300 000 км/с
1,08 млрд км/ч.



Солнечному свету требуется около 8 мин 19 с, чтобы достигнуть Земли.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Запишите формулу длины окружности. Какие величины в этой формуле являются переменными и какая — постоянной?
- Запишите формулу зависимости стоимости a одинаковых учебников, покупаемых для класса, от цены учебника и числа учебников. Какие значения могут принимать переменные в этой формуле? Вычислите по этой формуле стоимость 30 одинаковых учебников, если цена одного учебника 250 р.



Докажем, что основное свойство пропорции справедливо для любой пропорции. Рассмотрим пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Приведём дроби в левой и правой частях равенства к общему знаменателю bd : $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$. Получили две равные дроби, у которых знаменатели равны, значит, равны и числители, т. е. $ad = bc$.

КАК ИСПОЛЬЗОВАТЬ ПРОПОРЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В пункте 2.3 вы решали задачи, в которых речь идёт о прямо пропорциональных или обратно пропорциональных величинах. Такие задачи часто можно решить, составив пропорцию.

Задача 1. На 15 одинаковых костюмов потребовалось 55 м ткани. Сколько нужно этой ткани, чтобышить 6 таких же костюмов?

Решение. Количество ткани прямо пропорционально числу костюмов: во сколько раз меньше число костюмов, во столько же раз меньше расход ткани. Обозначим количество ткани (в метрах), которое требуется для 6 костюмов, буквой x и составим равные отношения $\frac{15}{6}$ и $\frac{55}{x}$. Получаем пропорцию: $\frac{15}{6} = \frac{55}{x}$.

По основному свойству пропорции имеем $15x = 55 \cdot 6$.

$$\text{Отсюда находим } x: \\ x = \frac{55 \cdot 6}{15} = 22.$$

Ответ: для 6 костюмов потребуется 22 м ткани.

По условию этой задачи можно составить и другую пропорцию. Отношения $\frac{55}{15}$ и $\frac{x}{6}$ выражают количество метров ткани, которое требуется на один костюм. Поэтому $\frac{55}{15} = \frac{x}{6}$.

Задача 2. Велосипедист ехал со скоростью 16 км/ч и за 2,5 ч доехал от одного посёлка до другого. Сколько времени потребовалось бы ему, чтобы пройти этот путь пешком со скоростью 5 км/ч?

Решение. Время движения обратно пропорционально скорости при постоянном расстоянии: во сколько раз меньше скорость, во столько же раз больше требуется время. Обозначим неизвестное время (в часах) буквой x и составим пропорцию: $\frac{16}{5} = \frac{x}{2,5}$. Из пропорции находим x : $x = \frac{2,5 \cdot 16}{5} = 8$.

Ответ: потребуется 8 ч, чтобы пройти этот путь пешком.

При решении задач с помощью пропорций удобно делать краткую запись условия. Например, в задаче 1:

↓ 15 кост. — 55 м
↓ 6 кост. — x м

Стрелками показаны величины, составляющие равные отношения. Получаем пропорцию:

$$\frac{15}{6} = \frac{55}{x}$$

При решении задач, в которых величины связаны обратно пропорциональной зависимостью, тоже поможет краткая запись условия. Например, в задаче 2:

↓ 16 км/ч — 2,5 ч
↓ 5 км/ч — x ч

Стрелками указан «порядок», в котором нужно брать величины при составлении пропорции. Получаем $\frac{16}{5} = \frac{x}{2,5}$.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Что называют пропорцией?
- Прочитайте разными способами пропорцию $\frac{4}{9} = \frac{15}{30}$. Назовите её крайние и средние члены.
- Сформулируйте основное свойство пропорции. Проверьте с помощью основного свойства, является ли пропорцией равенство $4 : 15 = 2 : 7,5$.

Поурочное тематическое планирование



УМК «Алгебра. 7-9 классы» сопровождает поурочное тематическое планирование.

В нём кроме планирования содержатся методические материалы, освещающие основные концептуальные подходы к разработке и использованию в учебном процессе УМК, создаваемых на основе современных тенденций в развитии новых технологий обучения.

Математика > Комплексы > УМК "Алгебра. 7 класс"

УМК "Алгебра. 7 класс"

Учебник

Данное учебное пособие по алгебре продолжает линию учебно-методических комплексов «Сферы» по математике, начатую учебниками для 5–6 классов. В... [Подробнее](#)

Поурочное тематическое планирование

Данное пособие сопровождает учебно-методический комплекс «Алгебра. 7 класс» линии «Сферы». В нём содержится поурочное тематическое планирование,... [Подробнее](#)

Сборник примерных рабочих программ по математике

Сборник примерных рабочих программ по математике включает: примерные рабочие программы предметной линии учебников «Сферы» по математике для 5-6... [Подробнее](#)

Математика > Комплексы > УМК "Алгебра. 8 класс"

УМК "Алгебра. 8 класс"

Учебник

Данное учебное пособие по алгебре входит в линию учебно-методических комплексов «Сферы» по математике, начатую учебниками для 5–6 классов. Оно... [Подробнее](#)

Поурочное тематическое планирование

Данное пособие сопровождает учебно-методический комплекс «Алгебра. 8 класс» линии «Сферы». В нём содержится поурочное тематическое планирование,... [Подробнее](#)

Математика > Комплексы > УМК "Алгебра. 9 класс"

УМК "Алгебра. 9 класс"

Учебник

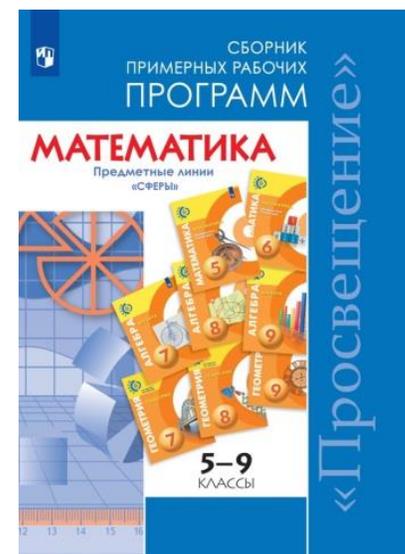
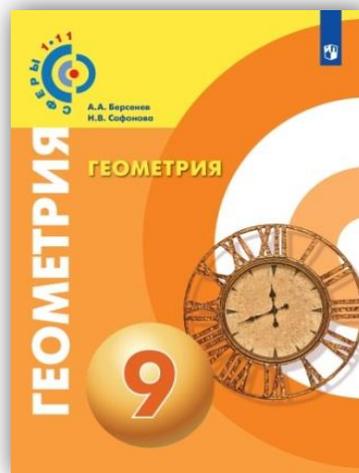
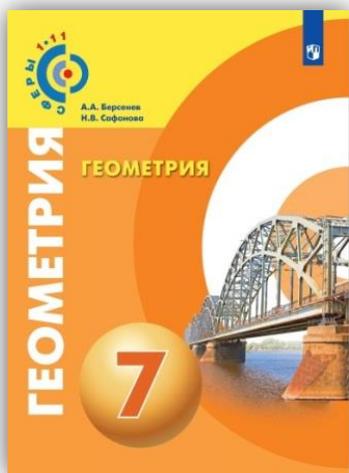
Данное учебное пособие по алгебре продолжает линию учебно-методических комплексов «Сферы» по математике, начатую учебниками для 5–8 классов. Издание... [Подробнее](#)

Поурочное тематическое планирование

Данное пособие сопровождает учебно-методический комплекс «Алгебра. 9 класс» линии «Сферы». В нём содержится поурочное тематическое планирование,... [Подробнее](#)

Состав УМК «Сферы» по геометрии для 7-9 классов

Авторы: Берсенев А.В., Сафонова Н.Н.



Программы

Состав УМК:

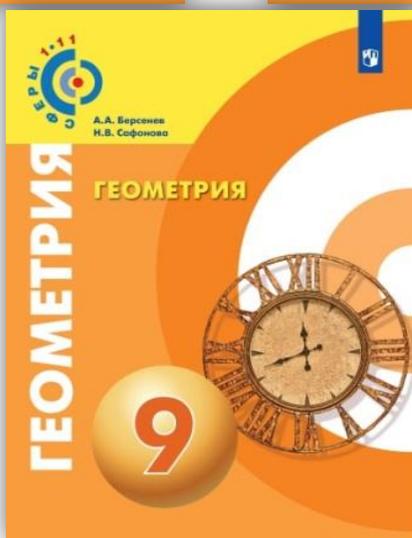
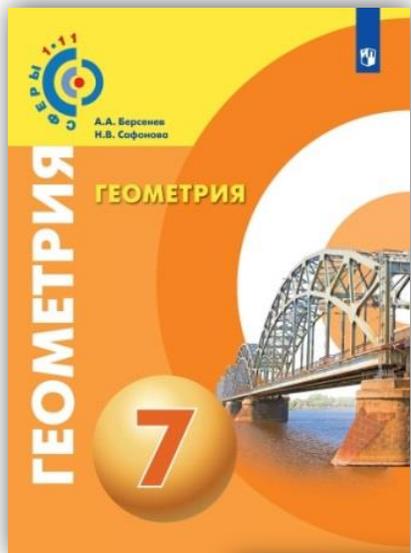
- Учебник бумажный,
- ЭФУ,
- Рабочие программы,
- Поурочное тематическое планирование

Перспективный состав УМК:

- Тетрадь-тренажёр,
- Тетрадь-экзаменатор,
- задачник

Поурочное тематическое планирование.

Особенности УМК «Сферы» по геометрии



- Курс охватывает весь раздел «Геометрия» основного содержания программы и представляет собой систематический курс планиметрии с элементами наглядной стереометрии.
- Кроме того, к нему отнесено изучение элементов раздела «Логика и множества», способствующих формированию логического мышления, точному и сжато формулированию математических предложений, помогающих обобщению и систематизации знаний.
- Сделан акцент на практическом применении математики в реальной жизни, в смежных дисциплинах.
- Созданы условия для организации учебной исследовательской деятельности, формирования условий для самостоятельности и критичности мышления.



Особенности УМК «Сферы» по геометрии



- Поразворотный принцип и рубрикация делают учебный материал более доступным, позволяют эффективно формировать у учащихся умение работать с информацией.
- Создание положительной мотивации к обучению через опору на жизненный опыт ребенка, учет возрастных интересов, практико-ориентированный учебный материал убеждают учащегося в важности геометрии в его жизни, мотивируют к изучению предмета.
- Создание положительной мотивации к обучению через особым образом структурированный материал.
- Все теоремы курса рассматриваются в теоретических разворотах.
- На теоретических разворотах представлены опорные задачи, где разбираются приёмы, способы рассуждений, методы решения задач.
- Дополнительный материал расширяет информационное поле урока.
- Иллюстрации дополняют теоретический материал.
- Практические советы помогают применять полученные на уроке знания в обыденной жизни.
- Широко представлены опыт и эксперимент.

Особенности УМК «Сферы» по геометрии



ГЛАВА 2 ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

- МНОГОУГОЛЬНИКИ
- ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ
- ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ
- ПЛОЩАДЬ КРУГА

ИНТЕРЕСНО

Число π считается самым знаменитым в мире числом — и не без причины. Значение π можно указать только с определённой точностью. Очевидно, число π открывали разные математики независимо друг от друга. У вавилонян π равнялось 3,125, что достаточно точно. Из египетского папируса Ахмеса известно, что египтяне получили ещё более точное значение числа π — 3,1605. Древнегреческие математики В.в. до н.э. Антифон и Бризон вычисляли значение π , вписывая в круг и описывая вокруг него правильные многоугольники: увеличивая число сторон многоугольников, математики достигали максимально возможного приближения к площади круга. В III в. до н.э. Архимед подсчитывал длину окружности через длину периметра многоугольников, удваивая число сторон. Он остановился на 96-угольниках, вписанных в круг и описанных вокруг него. Полученное Архимедом значение π находилось между 3,140845 и 3,142857. В III в. китайский математик Лю Хуай вычислил значение π , равное 3,14159204, на основе многоугольника с 3072 сторонами. 250 лет спустя в Индии математик Арьябхата получил значение в 3,1416, рассматривая 384-сторонний многоугольник.

Использование компьютеров позволяет рассчитать значение числа π с невероятной точностью. В 2011 г. Сигэру Кондо и Александр Йи за 191 день непрерывной работы специально созданного компьютера подсчитали значение π с точностью до десяти триллионов знаков после запятой. Для того чтобы хотя бы приблизительно представить это, стоит учесть, что точности π до 39-го знака после запятой достаточно, чтобы вычислить диаметр всей известной человечеству Вселенной настолько точно, что уровень погрешности составит значение меньше, чем радиус атома водорода.

54

ГЛАВА 2 ■ ТРЕУГОЛЬНИКИ

2.1

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Определение треугольника и его элементов

ТРЕУГОЛЬНИК

Путешествие из Москвы во Владивосток на поезде было бы невозможным без железнодорожных мостов через могучие российские реки; не было бы и знаменитой Эйфелевой башни, и величественных египетских пирамид, если бы человечество не знало свойств треугольника. Знание треугольника важно и при изучении геометрии. Так, любой многоугольник можно разделить на треугольники, многие методы решения геометрических задач связаны с треугольником.

ТРЕУГОЛЬНИК И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ Возьмём на плоскости три точки, не лежащие на одной прямой, и соединим их отрезками (рис. 2.1). Мы получили геометрическую фигуру, которая называется треугольником.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Треугольником называется фигура, образованная тремя точками, не лежащими на одной прямой, и соединяющими их отрезками.

Данные точки называются **вершинами** треугольника, а отрезки, их соединяющие, — **сторонами** треугольника.

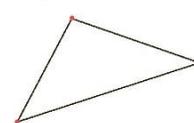


Рис. 2.1

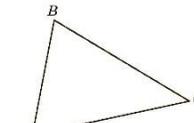


Рис. 2.2

На рисунке 2.2 точки A , B и C — вершины треугольника, AB , BC , CA — стороны треугольника.

Углы BAC , ABC и BCA называются **углами** треугольника. Часто углы обозначают только вершиной: угол A , угол B , угол C .

Треугольник называют по его вершинам. Так, на рисунке 2.2 изображён треугольник ABC (или BAC , или CAB , или ...). На письме слово «треугольник» часто заменяют знаком Δ : ΔABC , ΔBCA .

Говорят, что угол A треугольника ABC (рис. 2.2) заключён между сторонами AB и AC . Также можно сказать, что угол B заключён между сторонами BA и BC , а угол C — между сторонами CA и CB .

Для каждой стороны треугольника можно указать **противоположную вершину** и для каждой вершины — **противоположную сторону**. На рисунке 2.2 противоположными являются сторона AB и вершина C , сторона BC и вершина A , сторона CA и вершина B . Часто вместо «противоположные» говорят «противолежащие». Так, на рисунке 2.2 сторона BC — противолежащая углу A .

2.1 ■ ТРЕУГОЛЬНИК

55

Углы A и B в треугольнике ABC называются **прилежащими к стороне AB** . Углы A и C — прилежащие к стороне AC , а углы B и C — прилежащие к стороне BC , угол A — противолежащий стороне BC .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Сумма длин всех сторон треугольника называется **периметром** треугольника.

Периметр обозначают буквой P . Периметр треугольника ABC записывают так: P_{ABC} .

$$P_{ABC} = AB + BC + CA.$$



Под треугольником понимают и часть плоскости, ограниченную сторонами треугольника.

БИССЕРТРИСА, МЕДИАНА, ВЫСОТА ТРЕУГОЛЬНИКА На рисунке 2.3 биссектриса угла A треугольника ABC пересекает сторону BC в точке D . Отрезок AD является биссектрисой треугольника ABC .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Отрезок биссектрисы угла треугольника от вершины до точки пересечения со стороной треугольника называется **биссектрисой** треугольника.

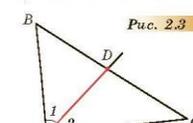


Рис. 2.3

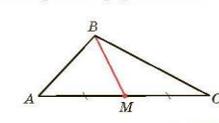


Рис. 2.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется **медианой** треугольника.

На рисунке 2.4 BM — медиана треугольника ABC .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется **высотой** треугольника.

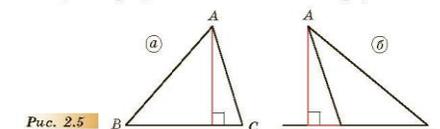


Рис. 2.5

Конiec высоты, отличный от вершины, называется **основанием высоты** (рис. 2.5).

Пусть в треугольнике ABC на рисунке 2.5 BC — основание треугольника, тогда AH — высота, проведённая к основанию.

В любом треугольнике три биссектрисы, три медианы, три высоты.

Этo первый рисунок и первая задача в знаменитой книге «Начала» Евклида. Докажите, что в треугольнике все стороны равны.

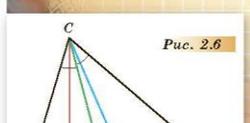
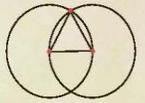


Рис. 2.6

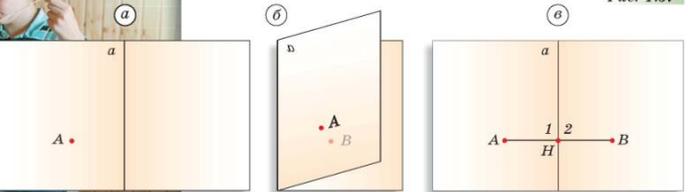
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Какая фигура называется треугольником?
- Рассмотрите ΔACO на рисунке 2.6 и назовите: его стороны; углы; сторону, противоположную вершине O ; вершину, противолежащую стороне OC ; углы, прилежащие к стороне AO .
- Назовите медиану, биссектрису и высоту треугольника ACO (рис. 2.6).
- Сколько треугольников изображено на рисунке 2.6?



2-й случай. Точка A не принадлежит прямой a . Пусть A — точка, не лежащая на данной прямой a (рис. 1.67а). Перегнём мысленно плоскость по прямой a (рис. 1.67б) так, чтобы полуплоскость с границей a наложилась на другую полуплоскость. При этом точка A наложится на некоторую точку, обозначим эту точку буквой B .

Рис. 1.67



Разогнём плоскость и проведём через точки A и B прямую. Точку пересечения прямых AB и a обозначим H (рис. 1.67в).

Перегнём плоскость ещё раз по прямой a . Точка H лежит на прямой a , поэтому она останется на месте, значит, луч HA совместится с лучом $HВ$, и, следовательно, угол 1 совместится с углом 2 . Таким образом, $\angle 1 = \angle 2$.

Так как углы 1 и 2 смежные, то их сумма равна 180° , поэтому каждый из них прямой. Следовательно, прямая $АН$ — перпендикулярна прямой a .

Докажем теперь, что такая прямая единственная. Предположим, что из точки A можно провести две прямые $АН$ и $АК$, перпендикулярные прямой a (рис. 1.68).

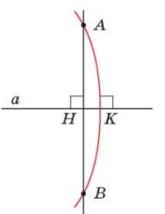


Рис. 1.68

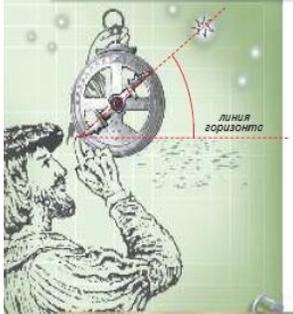
Мысленно перегнём плоскость по прямой a так, чтобы полуплоскость с границей a , содержащая точку A , наложилась на другую полуплоскость.

При перегибании точки H и K остаются на месте, точка A накладывается на некоторую точку, которую обозначим буквой B . При этом отрезки $АН$ и $АК$ накладываются на отрезки $ВН$ и $ВК$.

1.8 ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

ВЫ УЗНАЕТЕ:
● Свойства измерения углов

Деление развёрнутого угла на 180 частей пришло из Древнего Вавилона, где была принята шестидесятиричная система счисления. Такое деление было удобно для вычислений.



Минута — от латинского *minutus* — уменьшенный, маленький. Секунда — от латинского *sekunda divisio* — второе деление градуса.



Рис. 1.48

Рис. 1.50

МЕРА УГЛА Наиболее распространённой мерой угла является градус. Угол в 1 градус (обозначается 1°) есть $\frac{1}{180}$ развёрнутого угла (рис. 1.46). Это означает, что если мы приложим друг к другу, как на рисунке 1.46, 180 углов по 1° каждый, то в результате получим развёрнутый угол.

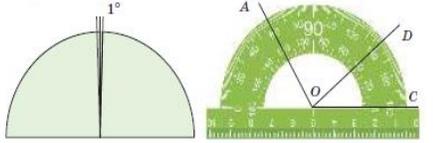


Рис. 1.46

Рис. 1.47

Градусная мера угла показывает, сколько раз градус и его части укладываются в данном угле. Так, градусная мера развёрнутого угла равна 180° . Для краткости говорят: «Развёрнутый угол равен 180° ».

Простейшим инструментом измерения градусной меры угла служит транспортир. На рисунке 1.47 угол COB равен 40° , а угол COA — 120° . Записывается это так: $\angle COB = 40^\circ$, $\angle COA = 120^\circ$.

При измерении углов пользуются также **минутой** ($\frac{1}{60}$ градуса (обозначается $1'$) — и $\frac{1}{60}$ минуты — **секундой** (обозначается $1''$). Например, градусную меру угла, в котором 85 градусов, 36 минут и 45 секунд, можно записать так: $85^\circ 36' 45''$.

Существуют и другие единицы измерения углов. Например, моряки используют единицу 1 румб ($11^\circ 25'$); в математике и физике используется единица 1 радиан ($\approx 57^\circ 17'$).

Человечество изобрело много инструментов для измерения углов в различных условиях. Так, моряки пользуются секстантом (рис. 1.48), геодезисты и геологи — теодолитом (рис. 1.49), а астролябиями (рис. 1.50) много веков пользовались и мореплаватели, и астрономы, и математики, и строители, и путешественники.

СВОЙСТВА ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ Рассмотрим свойства измерения углов, которыми мы будем в дальнейшем пользоваться.

Каждый угол имеет градусную меру, большую нуля.

Равные углы имеют равные градусные меры, и наоборот: если градусные меры углов равны, то равны и сами углы.

Градусная мера большего угла больше градусной меры меньшего угла.

Если луч делит угол на два угла, то градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов.

На рисунке 1.51 $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

Угол называется **прямым**, если он равен 90° . Угол, меньший прямого, называется **острым**; угол, больший прямого, но меньший развёрнутого, называется **тупым** (рис. 1.52).

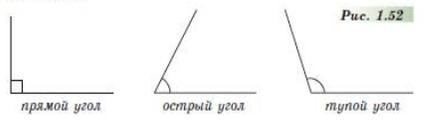


Рис. 1.52

Следует знать ещё одно важное свойство: от любого луча в одну полуплоскость можно отложить только один угол заданной величины.

ЗАДАЧИ

- Посмотрите на компас (рис. 1.53), где N — север (C), E — восток (B), S — юг (O), W — запад (3). Какой угол образуют между собой направления: а) C и O ; б) C и $C-B$; в) C и 3 ; г) C и $O-B$; д) 3 и $C-3$; е) $C-B$ и $O-3$; ж) $O-B$ и $C-B$?
- Какой угол образует биссектриса угла в 58° с одной из его сторон?
- Угол ABC равен 30° , угол CBD — 80° . Найдите угол ABD . Сколько решений имеет задача?
- На рисунке 1.54: $\angle AOC = \angle COD = \angle DOF$, луч OB — биссектриса угла AOC , луч OE — биссектриса угла DOF . $\angle BOE = 72^\circ$. Найдите угол AOE .



Рис. 1.53

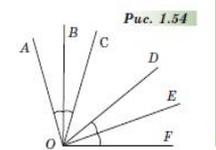


Рис. 1.54

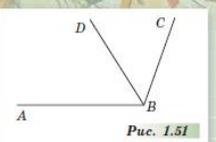
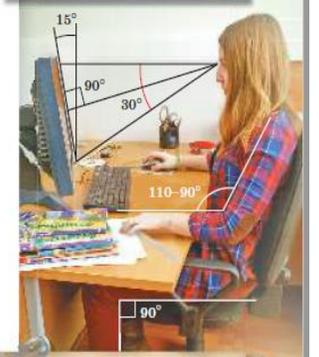


Рис. 1.51

Следование рекомендациям, данным на рисунке, позволяет меньше уставать и беречь своё здоровье.



Угол обзора у человека (угол, который человек может охватить взглядом) составляет примерно 180° . При этом угол ясного зрения составляет всего 28° . У кошки угол обзора — 185° , а у собаки всего лишь $30-40^\circ$.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Что такое градус?
- Какие свойства измерения углов вы узнали?
- Измерьте угол между указательным и средним пальцем руки при максимальном отклонении.

Представлены опыт и эксперимент



доказательство будет аналогичным приведённому. Проведите его самостоятельно. ▼

ЖЁСТКОСТЬ ТРЕУГОЛЬНИКА Из третьего признака равенства треугольников следует важнейшее свойство треугольника — его жёсткость.

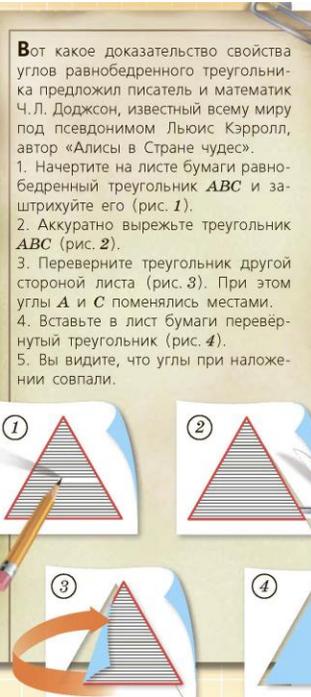
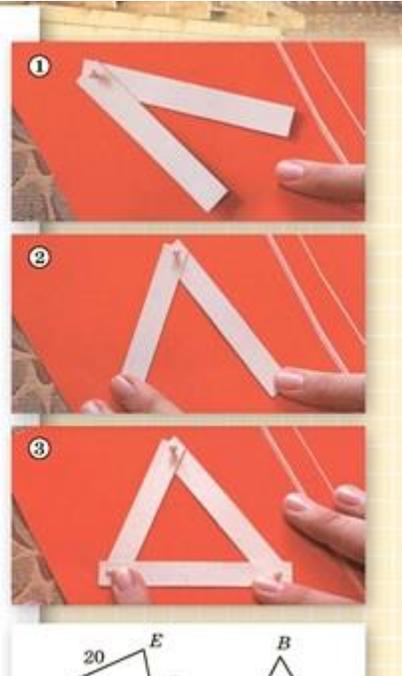


Проведите такой эксперимент:

1. Возьмите две полоски бумаги и соедините их булавкой (фото 1).
2. Убедитесь, что можно изменять угол между полосками, произвольно двигая их (фото 2).
3. Скрепите две детали третьей и убедитесь, что невозможно изменить получившийся треугольник, не разрушив конструкции (фото 3).

Свойство жёсткости треугольника широко используется на практике. Так, чтобы стремянка не раздвигалась, а стояла жёстко, стойки стремянки фиксируют перемычкой; чтобы садовая калитка не деформировалась, приколачивают рейку, образующую треугольник со штакетником; в конфигурации стропил крыши должны быть треугольники и т. д.

Жёсткость треугольника используют в промышленном строительстве: например, любая ферма моста состоит из треугольников, и чем треугольников больше, тем конструкция прочнее.



СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА Равнобедренный треугольник обладает важными свойствами.

ТЕОРЕМА. В равнобедренном треугольнике: 1) углы при основании равны; 2) биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

Доказательство.

Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC с основанием AC (рис. 2.8). Пусть BM — биссектриса этого треугольника. Мысленно перегнём плоскость по прямой BM так, чтобы полуплоскость, содержащая точку A , наложилась на другую полуплоскость. BM — биссектриса угла ABC , поэтому луч BA совместится с лучом BC .

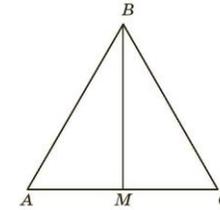


Рис. 2.8

$AB = BC$ как боковые стороны равнобедренного треугольника ABC , поэтому точка A совместится с точкой C .

Все три вершины треугольников ABM и CBM совместятся, следовательно, эти треугольники равны.

Углы BAC и BCA совместились при наложении, значит, $\angle BAC = \angle BCA$. Первая часть теоремы доказана.

При совмещении треугольников совместились стороны AM и MC , значит, $AM = MC$, т. е. BM является медианой.

Совместились и углы AMB и CMB , а так как они смежные, то их сумма равна 180° , поэтому каждый из них равен 90° , значит, $BM \perp AC$, значит, BM является и высотой. ▼



Точку пересечения медиан треугольника называют **центроидом треугольника** (центром масс треугольника).

В справедливости такого названия можно убедиться, проведя следующий эксперимент.

Вырежьте из плотного картона или пластика произвольный треугольник. Проведя медианы, определите центроид и попытайтесь удержать треугольник в равновесии, положив его на острие карандаша или спицы в центроиде.

Точка пересечения медиан треугольника является одной из замечательных точек треугольника.

Решение опорных задач



Задача. В данный остроугольный треугольник ABC вписать квадрат так, чтобы две вершины квадрата лежали на стороне AC и ещё по одной — на сторонах AB и BC .

Решение.
1. Возьмём на стороне AB треугольника ABC произвольную точку D , опустим перпендикуляр DE на сторону AC и построим квадрат $EDFK$, стороной которого является DE , а точки E и K принадлежат AC (рис. 1).

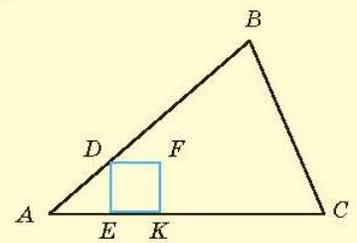


Рис. 1

2. Проведём прямую AF и обозначим точку пересечения прямой AF и стороны BC через M (рис. 2). Из точки M опустим перпендикуляр MN на AC .

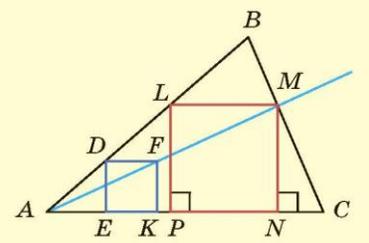
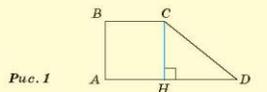


Рис. 2

3. Построенный квадрат $PLMN$ получается из квадрата $EDFK$

4.4 ■ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Задача 1. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC известно, что $AB = 6$ см, $BC = 7$ см, $AD = 15$ см, $\angle A = 90^\circ$. Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс меньшего угла трапеции.



Решение. В трапеции $ABCD$ (рис. 1): $\angle A = 90^\circ$, $BC < AD$, следовательно, меньшим будет угол D . Проведём высоту CH , получим прямоугольный $ABCH$, в котором $AH = BC = 7$ см, $CH = AB = 6$ см. Тогда $DH = AD - AH = 15$ см $- 7$ см $= 8$ см. Рассмотрим прямоугольный треугольник CHD . По теореме Пифагора $CD^2 = CH^2 + HD^2$. Отсюда

$$CD = \sqrt{36 + 64} \text{ см} = 10 \text{ см.}$$

$$\sin D = \frac{CH}{CD} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}; \quad \cos D = \frac{HD}{CD} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5};$$

$$\operatorname{tg} D = \frac{CH}{HD} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}; \quad \operatorname{ctg} D = \frac{HD}{CH} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

Ответ: $\sin D = \frac{3}{5}$; $\cos D = \frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} D = \frac{3}{4}$; $\operatorname{ctg} D = \frac{4}{3}$.

Задача 2. Найдите синус угла 18° .
Решение. Построим прямоугольный треугольник ABC с углом B , равным 18° , и построим его до равнобедренного треугольника ABD так, как показано на рисунке 2. Тогда угол при вершине равнобедренного треугольника равен 36° , а значит, равнобедренный треугольник ABD является «золотым» (см. п. 3.1). Пусть боковая сторона $AB = 1$, тогда основание $AD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, так как BC — высота и медиана равнобедренного треугольника, то $AC = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

В прямоугольном треугольнике ABC :

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}; \quad 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{4},$$

таким образом, $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Ответ: $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

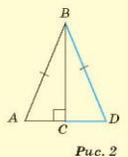


Рис. 2

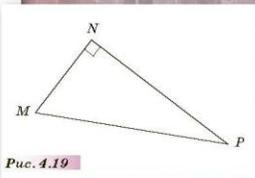


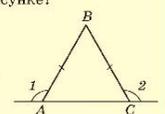
Рис. 4.19

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Дайте определение синуса острого угла прямоугольного треугольника.
- Дайте определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника.
- Дайте определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника.
- Дайте определение котангенса острого угла прямоугольного треугольника.
- На рисунке 4.19 изображён прямоугольный треугольник MNP . Запишите, чему равны $\sin P$, $\cos M$, $\operatorname{tg} M$, $\operatorname{ctg} P$, $\cos P$, $\sin M$, $\operatorname{ctg} M$, $\operatorname{tg} P$.
- Докажите, что синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла зависят только от градусной меры угла.
- Докажите, что для любого острого угла выполняется неравенство $\sin \alpha < 1$.
- Может ли косинус острого угла быть равен $0,89$; 2 ; $\sqrt{5}-1$?

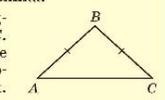
2.2 ■ РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК И ЕГО СВОЙСТВА

Задача 1. В треугольнике ABC $AB = BC$. Что можно сказать про углы 1 и 2 на рисунке?



Решение. $AB = BC$, значит, по определению $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием AC . $\angle 1 + \angle BAC = 180^\circ$ как сумма смежных углов. Отсюда $\angle 1 = 180^\circ - \angle BAC$. Аналогично $\angle 2 = 180^\circ - \angle BCA$. Но $\angle BAC = \angle BCA$ как углы при основании равнобедренного треугольника. Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$. (Если из равного вычтем равное, то получим равное.)
Ответ: углы 1 и 2 равны.

Задача 2. Периметр равнобедренного треугольника равен 18 см, а одна из его сторон больше другой на 3 см. Найдите стороны треугольника.



Решение. Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC . Возможны 2 случая: 1) основание больше боковой стороны и 2) боковая сторона больше основания. Рассмотрим каждый из них.
1) $AC > AB$. $AC - AB = 3$ см, т. е. $AC = AB + 3$ см. $\triangle ABC$ равнобедренный по условию, значит, $BC = AB$ как боковые стороны равнобедренного треугольника. Тогда $P_{ABC} = AB + BC + AC = AB + AB + AB + 3$ см $= 3AB + 3$ см.
 $P_{ABC} = 18$ см, т. е. $3AB + 3$ см $= 18$ см, $3AB = 15$ см, $AB = 5$ см, $AC = 5$ см $+ 3$ см $= 8$ см. $BC = AB = 5$ см.
2) $AB = BC > AC$, т. е. $AB = BC = AC + 3$ см.
 $P_{ABC} = AB + BC + AC = AC + 3$ см $+ AC + 3$ см $+ AC = 3AC + 6$ см, т. е. $3AC + 6$ см $= 18$ см, отсюда $AC = 4$ см, а $AB = BC = 4$ см $+ 3$ см $= 7$ см.
Ответ: 5 см, 5 см, 8 см; 4 см, 7 см, 7 см.

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Треугольник называют равносторонним, если у него все стороны равны. На рисунке 2.9 $\triangle ABC$ — равносторонний. Пусть $AB = a$. Тогда $P_{ABC} = 3a$. С соседом по парте или командой самостоятельно сформулируйте и докажите свойства равностороннего треугольника.

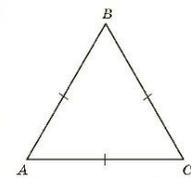
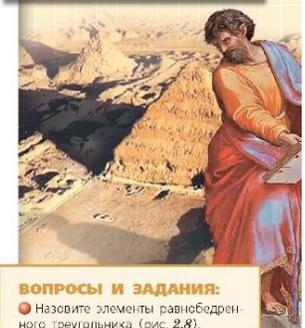


Рис. 2.9

Древнегреческий математик Фалес измерил однажды высоту величайшей пирамиды на глазах изумленного египетского фараона и жрецов. Предание гласит, что Фалес избрал день и час, когда длина собственной тени равнялась его росту: в этот момент высота пирамиды также равнялась длине отбрасываемой ею тени.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Назовите элементы равнобедренного треугольника (рис. 2.8).
- Начертите равнобедренный треугольник так, чтобы угол, противолежащий его основанию, был: а) острым; б) прямым; в) тупым.
- Где в окружающих вас предметах есть равнобедренные треугольники?
- Какие свойства равнобедренного треугольника вы знаете? Докажите их друг другу с соседом по парте.
- Запишите формулу для вычисления периметра равнобедренного треугольника с боковой стороной a и основанием b .
- Найдите периметр равнобедренного треугольника, если его две стороны равны 5 м и 7 м.
- В равнобедренном треугольнике провели к его основанию медиану. Является ли прямая, содержащая эту медиану, осью симметрии треугольника? Почему?

Особенности УМК «Сферы» по геометрии



Многоуровневая система заданий:

- большое количество простых заданий для формирования предметных умений и навыков у слабых учащихся;
- большое количество заданий на готовых чертежах;
- задания как базового, так и повышенных уровней;
- исследовательские и проектные задания;
- задания высокого уровня для подготовки к олимпиадам;
- возможность углублённого изучения предмета;
- возможность организации внеурочной деятельности.

Эффективное формирование читательской компетенции.

Рубрика «Неверно» способствует формированию читательской компетенции.

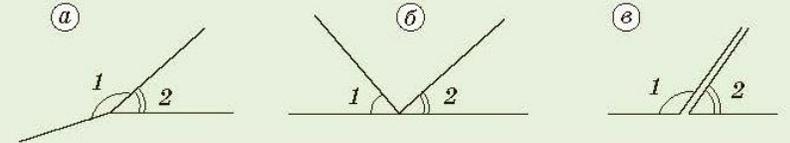
Эффективное формирование как предметных, так и метапредметных компетенций.

ПОВТОРЯЕМ

1. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC медиана BM образует угол 30° с боковой стороной. Из точки M проведена высота MH треугольника BMC . Найдите HC , если $AB = 12$.
2. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C внешний угол при вершине B равен 120° , $BC + AB = 36$. Найдите BC и AB .

Неверно!

Объясните, почему $\angle 1$ и $\angle 2$ не являются смежными.



ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

1. Известны координаты трёх вершин параллелограмма. Как найти координаты его четвёртой вершины?
2. Известны координаты четырёх точек. Как проверить, являются ли они вершинами: а) параллелограмма? б) ромба? в) прямоугольника? г) квадрата? д) равнобедренной трапеции?
3. Известны координаты вершин четырёхугольника. Как вычислить его площадь? Приведите примеры.

1. По данным рисунка 11 найдите неизвестные стороны и углы треугольника.

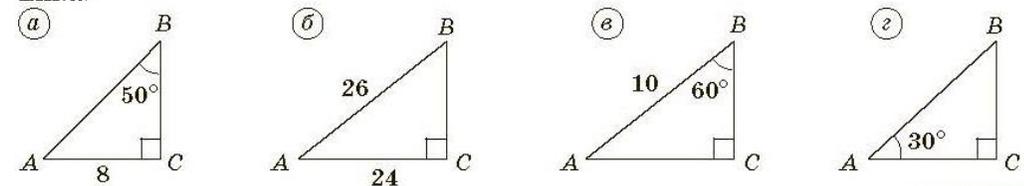


Рис. 11

Особенности УМК «Сферы» по геометрии



6

РАБОТАЕМ С УЧЕБНИКОМ

Учебник состоит из пяти глав, каждая из которых разделена на параграфы.

Параграф начинается с вводной рубрики «ВЫ УЗНАЕТЕ» и вступительного текста, содержащего основную идею параграфа. Рубрика «ВЫ УЗНАЕТЕ» познакомит вас с основными вопросами, которые изучаются в параграфе.

На страницах учебника вы встретите рубрики, которые помогут вам лучше понять изучаемый материал.

Рубрика «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ БЛОКНОТ» содержит интересный дополнительный материал.

Рубрика «В ФОКУСЕ» содержит примеры решения опорных задач. Запись решения можно рассматривать как один из образцов оформления решения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ Так обозначаются определения.

ТЕОРЕМА Так обозначаются теоремы.

Завершает каждый параграф рубрика «ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ», которая поможет вам усвоить материал параграфа. В конце главы представлена система задач к каждому параграфу.

1 Так обозначены номера заданий базового уровня.

1 Так обозначены номера заданий более сложного уровня.

К 1 Буквой «К» обозначены задания, которые можно выполнять в компьютерной среде.

T 1 Буква «Т» означает, что это задание есть и в тетради-тренажёре.

У Задачи этой рубрики помогут вам более глубоко погрузиться в геометрический материал.

Каждая глава заканчивается рубрикой «ПОДВЕДЁМ ИТОГИ», вопросы которой помогут вам систематизировать знание материала главы.

Г Рубрика содержит ссылки на ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ, которые могут быть вам полезны.

40

ГЛАВА 1 ■ НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

41

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ

П. 1.1

- 1** Рассмотрите предметы вокруг вас: книгу, карандаш, электрическую лампочку... (Назовите ещё несколько предметов самостоятельно.) Какие из известных вам геометрических фигур по форме наиболее соответствуют перечисленным предметам? А быть может, их удобно рассматривать составленными из нескольких известных геометрических фигур? Из каких? Дайте словесное описание этих фигур.
- 2** Вспомните названия нескольких геометрических фигур. Какие (реальные) предметы соответствуют им по форме?
- 3** Придумайте какую-нибудь интересную фигуру. Опишите её словами другим ученикам, а они должны понять, что вы имеете в виду, и изобразить придуманную фигуру.
- 4** Найдите в окружающей обстановке известные вам геометрические фигуры. Какие из них пространственные, а какие — плоские?
- 5** Рассмотрим известные вам фигуры: параллелепипед, призму, цилиндр, конус, шар. Как вы думаете, поверхности каких из этих фигур можно разрезать таким образом, чтобы поверхность можно было положить на плоскость?
- 6** На рисунке 1 ($a-g$) даны развёртки. Можно ли из них собрать куб?

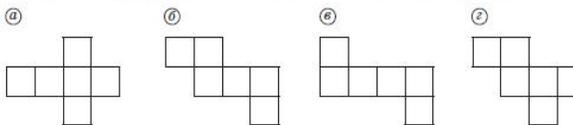


Рис. 1

- 7** Каким образом из листа бумаги можно изготовить поверхность цилиндра? конуса?
- 8** Имеется квадратный лист бумаги. Сложите его так, чтобы получилась поверхность треугольной пирамиды.

П. 1.2

- 9** а) Выберите на рисунке 2 те точки, которые:
 - 1) принадлежат прямой a ;
 - 2) не принадлежат прямой b ;
 - 3) принадлежат и прямой a , и прямой c .
- б) Укажите точку пересечения прямых:
 - a и b ; b и c ; a и c .
- в) Есть ли на рисунке точки, которые не принадлежат ни одной из изображённых прямых?

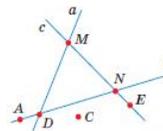


Рис. 2

- 10** Почему образующаяся при сгибании листа бумаги линия является прямой?
- 11** Соедините две точки прямой линией:
 - а) на листе бумаги;
 - б) на полу класса.
 В пункте б) предложите практический способ построения прямой.
- T 12** Начертите прямую и обозначьте её буквой m . Отметьте на ней точки A, B, C так, чтобы точка C лежала между точками A и B .
 - а) Запишите с помощью знака \in , что точки A, B, C лежат на прямой m .
 - б) Используя отмеченные точки, запишите несколько различных обозначений прямой m . Сколько всего таких обозначений можно записать?
 - в) Отметьте точку D , не лежащую на прямой m . Сделайте соответствующую запись.
- T 13** Проведите прямую a и отметьте на ней точки A, B, C и D . Пользуясь отмеченными точками, запишите все возможные обозначения прямой a .
- T 14** Проведите прямые m и n и отметьте точки $A \in m, B \in m, A \in n, B \in n$. Каково взаимное расположение прямых m и n ?
- 15** Три точки A, B и C лежат на одной прямой, три точки B, C и D также лежат на одной прямой. Лежат ли точки A, B и D на одной прямой?

П. 1.3

- T 16** Назовите изображённые на рисунке 3:
 - а) прямые; б) лучи; в) отрезки.
- T 17** а) Начертите отрезок MN .
б) Продолжите отрезок MN :
 - 1) за точку M и получите отрезок NA ;
 - 2) за точку N и получите отрезки MB и MC .
 Перечислите все получившиеся отрезки.
- T 18** Какие из отмеченных на рисунке 4 точек прямой a :
 - а) лежат между точками B и E ;
 - б) принадлежат отрезку BE ;
 - в) не принадлежат отрезку BE ?
- 19** При каком расположении на прямой точек A, B, C, D (рис. 5) лучи BA, CD и отрезок BD покрывают всю прямую?
- 20** Изобразите отрезок AB . Изобразите луч AB и луч BA . Какой фигурой является пересечение этих лучей? их объединение?

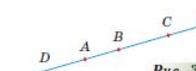


Рис. 3

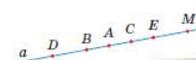
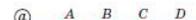
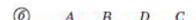


Рис. 4



а) A B C D



б) A B D C



в) B C D A



г) D C B A

Рис. 5

Неверно! Какое из утверждений неверно?
 1) Если точка C лежит на луче AB , то она обязательно лежит и на отрезке AB .
 2) Если точка C лежит на отрезке AB , то она лежит и на луче AB .

Особенности УМК «Сферы» по геометрии



ПОВТОРЕНИЕ

Дорогие восьмиклассники!

Продолжая изучать свойства геометрических фигур на плоскости, мы будем опираться на материал, изученный в 7 классе. Напомним основные утверждения.

СМЕЖНЫЕ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

- Углы ABC и CBD на рисунке 1 — смежные. Сумма смежных углов равна 180° .
- Углы 1 и 2, а также 3 и 4 на рисунке 2 — вертикальные. Вертикальные углы равны.

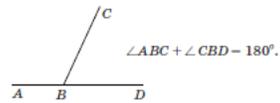


Рис. 1

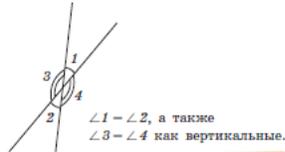


Рис. 2

ТРЕУГОЛЬНИКИ Треугольники называются равными, если их можно совместить наложением.

В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, и наоборот, против равных углов лежат равные стороны. Равные элементы называются соответствующими. Так, на рисунке 3 стороны AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , AC и A_1C_1 соответствующие; углы A и A_1 , B и B_1 , C и C_1 соответствующие.

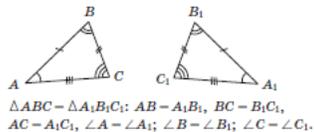


Рис. 3

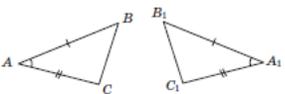


Рис. 4

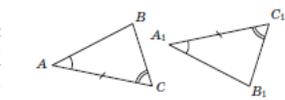


Рис. 5

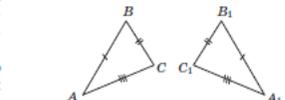


Рис. 6

Признаки равенства треугольников.
1-й признак. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 4).

2-й признак. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 5).

3-й признак. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 6).

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ

Через любую точку плоскости проходит единственная прямая, перпендикулярная данной прямой (рис. 13).

Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются (рис. 14).

Аксиома параллельных прямых: через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной (рис. 15).

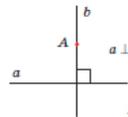


Рис. 13

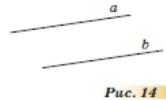


Рис. 14

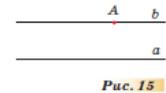
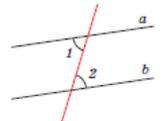


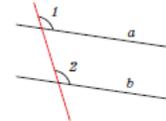
Рис. 15

Признаки параллельности двух прямых:
— если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (рис. 16);
— если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны (рис. 17);
— если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180° , то такие прямые параллельны (рис. 18);



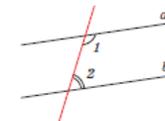
Если $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b$.

Рис. 16



Если $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b$.

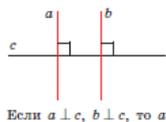
Рис. 17



Если $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, то $a \parallel b$.

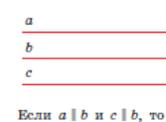
Рис. 18

— две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны (рис. 19);
— две прямые, параллельные третьей, параллельны (рис. 20).



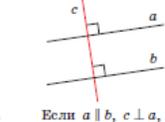
Если $a \perp c$, $b \perp c$, то $a \parallel b$.

Рис. 19



Если $a \parallel b$ и $c \parallel b$, то $a \parallel c$.

Рис. 20



Если $a \parallel b$, $c \perp a$, то $c \perp b$.

Рис. 21

Свойства параллельных прямых.
Если параллельные прямые пересечены секущей, то:
— накрест лежащие углы равны;
— соответственные углы равны;
— сумма односторонних углов равна 180° .
Если прямая перпендикулярна к одной из параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой прямой (рис. 21).
Все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой.



ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- Что изучает геометрия? Как строится наука геометрия?
- Назовите основные геометрические фигуры на плоскости.
- Как обозначаются точки и прямые?
- Назовите основное свойство прямой.
- Сколько общих точек могут иметь две прямые? Как называется общая точка двух прямых?
- Объясните, что такое отрезок с концами в данных точках.
- Сформулируйте свойство расположения точек на прямой.
- Объясните, что такое луч и что такое полуплоскость.
- Какая геометрическая фигура называется углом? Как обозначается угол?
- Что означают слова «луч делит угол на два угла»?
- Какой угол называется развёрнутым?
- Какие фигуры называются равными?
- Объясните, как сравнить два отрезка и как сравнить два угла.
- Какая точка называется серединой отрезка?
- Какой луч называется биссектрисой угла?
- Точка M делит отрезок AB на два отрезка. Как связаны между собой длины отрезков AB, AM и MB?
- В каких единицах измеряются углы? Что показывает градусная мера угла? Какая часть градуса называется минутой? секундой?
- Луч BM делит угол ABC на два угла. Как связаны между собой градусные меры углов ABM, MBC и ABC?
- Какие углы называются смежными? Докажите утверждение о сумме смежных углов.
- Какие углы называются вертикальными? Докажите свойство вертикальных углов.
- Какие прямые называются перпендикулярными?
- Объясните, какой отрезок называется перпендикуляром, проведённым из данной точки к данной прямой.
- Что такое теорема и доказательство теоремы?
- Какое доказательство называют доказательством от противного? Докажите теорему о существовании и единственности прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данной прямой.

ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<http://fcior.edu.ru> → каталог ЭОР → основное общее образование → перечень учебных предметов общего образования → математика → название модуля: — Точка, прямая, отрезок, луч. — Основные понятия геометрии. Равенство отрезков. — Плоскость, прямая, луч. — Прямая, луч, отрезок и его длина. — Прямая, луч, отрезок. — Точки и прямые плоскости. — Виды углов. — Измерение углов с помощью транспортира. — Нахождение величины угла. — Смежные и вертикальные углы. Перпендикулярные прямые. — Виды углов. Смежные и вертикальные углы и их свойства. — Перпендикулярные прямые.

Особенности УМК «Сферы» по геометрии



139

ЭТО ВЫ МОЖЕТЕ

Весь год вы изучали геометрию, учились доказывать теоремы, решать задачи, строить диалоги, работая сообща. Вы уже многое знаете и умеете. Мы предлагаем вам придумать свои теоремы о свойствах и признаках изученных фигур. А также придумать задачи, где будут применяться эти теоремы. Работу эту целесообразно выполнять командой. Желаем успехов!

1) Назовите три признака равенства треугольников. По каким ещё признакам можно определить, что два треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В четырёхугольнике $ABCD$: $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что в этом четырёхугольнике диагонали делятся точкой пересечения пополам.

3) Придумайте задачи, в которых применяются предложенные вами признаки равенства треугольников.

1) По каким признакам можно определить, что два равнобедренных треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В остроугольных равнобедренных треугольниках ABC и MNO с равными основаниями AC и MO равны высоты BH и NK . Внешний угол BCE треугольника ABC равен 110° . Найдите угол, образованный биссектрисой угла MNO со стороной NO .

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства равнобедренных треугольников.

1) По каким признакам можно определить, что два прямоугольных треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В равнобедренном треугольнике ABC провели медиану BM , продолжили её на отрезок MD , равный отрезку BM , и провели отрезки AD и DC . Градусная мера угла ADM при этом оказалась равной 42° . Чему равен внешний угол треугольника MBC при вершине B ?

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства прямоугольных треугольников.

1) У равнобедренного треугольника углы при основании равны. Какими ещё свойствами обладает равнобедренный треугольник? Укажите как можно больше вариантов.

2) Через вершину B равнобедренного треугольника ABC проведена прямая BM , параллельная основанию AC . Внешний угол BCD треугольника ABC равен 116° . Чему равен угол ABM ? Рассмотрите все возможные варианты.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами свойства равнобедренного треугольника.

141

ПРОЕКТЫ, КОТОРЫЕ МЫ РЕКОМЕНДУЕМ

1. «Всё вокруг — геометрия».

Цель этого проекта — доказать, что геометрия — это часть окружающего нас мира.

Для этого каждый раз, изучая новую геометрическую фигуру, находите её примеры в окружающей обстановке, делайте фото или описание. В конце учебного года представьте в качестве доказательства приготовленные вами материалы.

2. Жёсткость треугольника.

Цель этого проекта — показать применение жёсткости треугольника в обычной жизни, архитектуре и технике.

3. Параллельный и перпендикулярный мир.

Цель этого проекта — доказать, что окружающий нас мир пронизан параллельными и перпендикулярными прямыми.

4. Геометрия — древнейшая наука.

Цель — изучить зарождение геометрии как науки.

Рекомендуемая литература:

1. Перельман Я.И. Занимательная геометрия / Я.И. Перельман. — М.; Л.: ГТТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

2. Глейзер Г.И. История математики в школе: 7–8 кл. — М.: Просвещение, 1982.

3. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 2003.

4. История элементарной геометрии: <http://isgeom.narod.ru/index.html/>

5. Электронная библиотека книг по математике: <http://math.ru/lib/>

5. Евклид и его книга «Начала».

Цель работы — проанализировать и осознать значимость труда Евклида для современной геометрии.

Рекомендуемая литература:

1. «Начала» Евклида. Кн. 1–4 / Пер. с греч. и ком. Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. — М.; Л.: ГТТИ, 1948 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

2. Перельман Я.И. Занимательная геометрия / Я.И. Перельман. — М.; Л.: ГТТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

3. Глейзер Г.И. История математики в школе: 7–8 кл. / Г.И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1982.

4. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 2003.

5. История элементарной геометрии: <http://isgeom.narod.ru/index.html/>

6. Электронная библиотека книг по математике: <http://math.ru/lib/>

7. Евклид. Начала: <http://ilib.mirror1.mcme.ru/djvu/geometry/nachala.htm/>

6. Николай Иванович Лобачевский и рождение неевклидовой геометрии.

Цель проекта — познакомиться с биографией Н.И. Лобачевского и его вкладом в развитие неевклидовой геометрии.

142

Рекомендуемая литература:

1. Перельман Я.И. Занимательная геометрия / Я.И. Перельман. — М.; Л.: ГТТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

2. Глейзер Г.И. История математики в школе: 7–8 кл. / Г.И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1982.

3. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 2003.

4. Колесников М.С. Лобачевский / М.С. Колесников. — М.: Молодая гвардия, 1965.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волошинов А.В. Математика и искусство / А.В. Волошинов. — М.: Просвещение, 2000.

2. Гарднер М. Математические новеллы / М. Гарднер. — М.: Мир, 2000.

3. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения / М. Гарднер. — М.: Мир, 1999.

4. Глейзер Г.И. История математики в школе / Г.И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1964 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

5. Левитин К.Е. Геометрическая раскопая / К.Е. Левитин. — М.: Знание, 1976, или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>, или М.: Камерон, 2004.

6. «Начала» Евклида. Кн. 1–4 / Пер. с греч. и ком. Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. — М.; Л.: ГТТИ, 1948 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

7. Перельман Я.И. Занимательная геометрия / Я.И. Перельман. — М.; Л.: ГТТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

8. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии / В.В. Прасолов. — М.: МЦНМО, 2007.

9. Шарыгин И.Ф. Задачи по геометрии. Планиметрия / И.Ф. Шарыгин. — М.: Наука, 1982 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>

10. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика / Глав. ред. М. Д. Аксёнова. — М.: Аванта+, 2003.



Эффективные педагогические практики

Таким образом все учебно-методические комплекты по математике, алгебре и геометрии, входящие в УМК «Сферы», имеют похожую структуру и наполнение. Они способствуют успешному прохождению учащимися всех испытаний.

Главные педагогические технологии, которые приводят школьников к успеху, должны удовлетворять следующим требованиям:

- создание учебных ситуаций, инициирующих учебную деятельность учащихся, мотивирующих их на учебную деятельность и проясняющих смыслы этой деятельности
- учение в общении, или учебное сотрудничество, задания на работу в парах и малых группах,
- поисковая активность - задания поискового характера, учебные исследования, проекты
- оценочная самостоятельность школьников, задания на само- и взаимооценку: приобретение опыта – кейсы, ролевые игры, диспуты, требующие разрешения проблем, принятия решений, позитивного поведения.

Всё это есть в учебниках и пособиях в составе УМК «Сферы» по математике.

