

Работа с теоретическими конспектами по математике в старшей школе. Задачи с параметрами

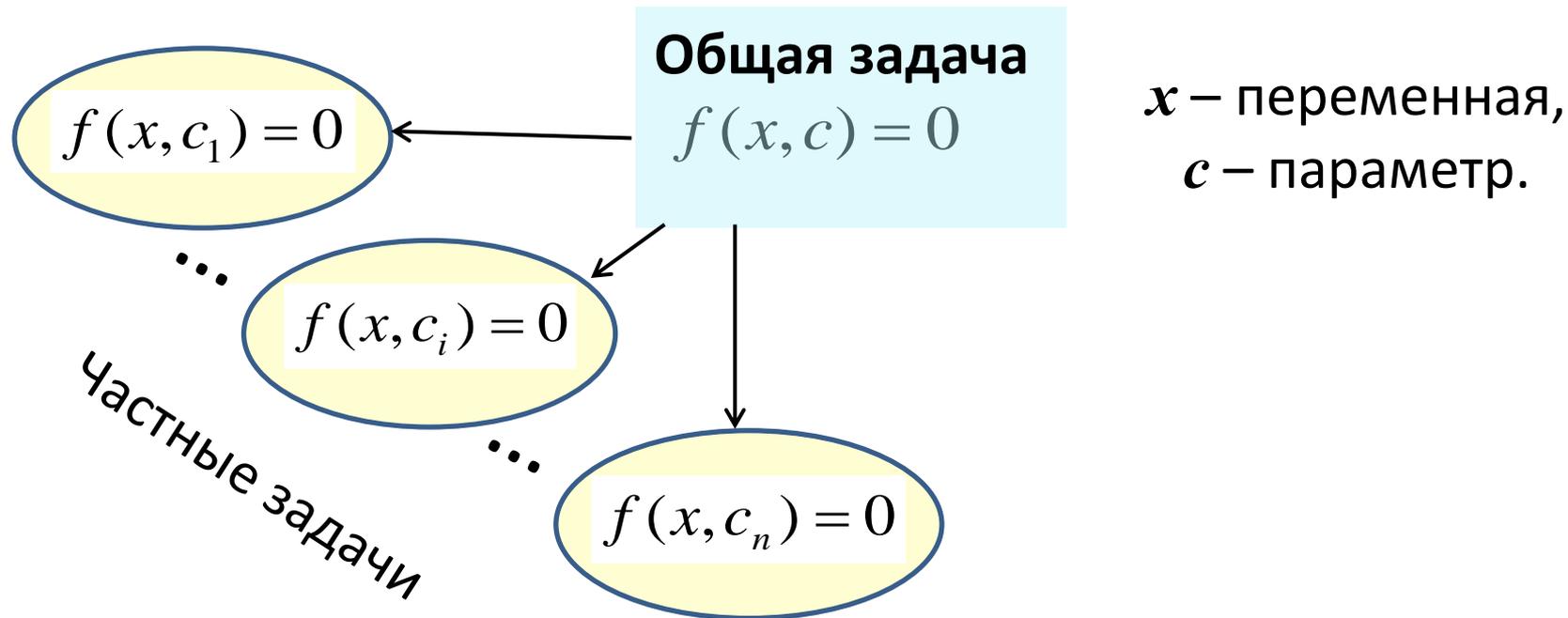
- **Параметр** (отмеривающий, греч.) – величина, входящая в математическую формулу, сохраняющее постоянное значение для данной частной задачи и меняющее своё значение при переходе к другой частной задаче.

$$\sqrt{2x + a} \leq x + 1$$

$$\begin{cases} |x + 0,5y - 1| \leq 0,5 \\ x = \sqrt{-y^2 - 4y - 3} + a \end{cases}$$

$$a^2 - |x|(a - \sqrt{x+1}) = \sqrt{x+1}(1+a) - a$$

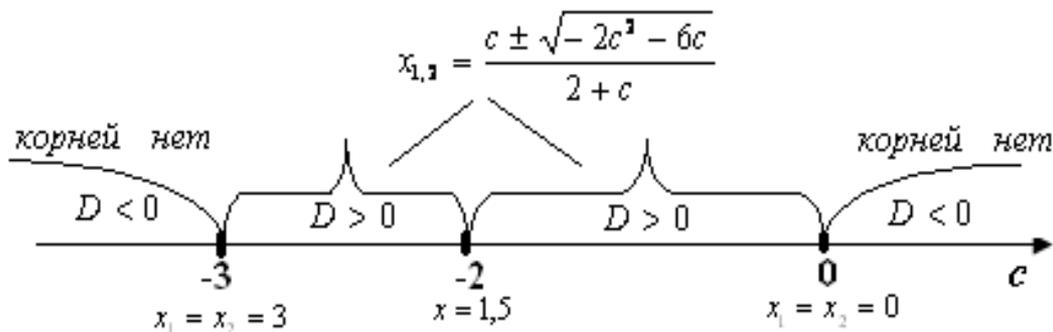
Задача с параметрами



Пример задачи с параметром 1 (ТК 18)

Решить уравнение $(2 + c)x^2 - 2cx + 3c = 0$
для каждого значения параметра c

Развёртка по параметру



4 группы параметров –
4 вида частных задач

Н.Н. Хлевнюк

Теоретические конспекты по математике

10–11 классы

**Книга для учителя
Часть 1**

*Множества
Выражения
Функции и графики
Уравнения и неравенства
Основы тригонометрии
Задачи с параметрами*



ИЛЕКСА

- **ТК 18. Квадратный трёхчлен в параметрах.**
- **ТК19. Уравнения и неравенства с параметрами, сводящиеся к квадратным.**
- **ТК21. Графический способ решения задач с параметрами в плоскости Oxy .**
- **ТК22. Графический способ решения задач с параметрами в плоскости Oxa .**

Н.Н. Хлевнюк

**Теоретические
конспекты
по математике**

10–11 классы

**Книга для учителя
Часть 1**

*Множества
Выражения
Функции и графики
Уравнения и неравенства
Основы тригонометрии
Задачи с параметрами*



ИЛЕКСА

Вспомогательные темы

- **TK15. Классификация элементарных функций.**
- **TK17. Сложная функция.**
- **TK20. Уравнения и неравенства с двумя неизвестными.**

Обучение решению задач с параметрами

- Последовательность изучения
- Опорные знания
- Дидактические материалы
- Виды деятельности

Методические акценты

Параметры в 8 классе

- **Функции и графики.** Свойства: $D(y)$, $E(y)$, монотонность.

$$y = kx + b; \quad y = |x|; \quad y = x^2; \quad y = x^3; \quad y = \frac{k}{x}; \quad y = \sqrt{x}$$

- **Задачи:**

а) Имеют ли уравнения корни? Почему?

$$|x| = -2; \quad x^2 = -2; \quad x^3 = -2; \quad \frac{k}{x} = -2; \quad \sqrt{x} = -2$$

б) Сколько корней? Почему?

- **Фронтальная работа, обсуждение.**

Методические акценты

Параметры в 8 классе

- **Базовые функции.** Свойства и графики.

$$y = kx + b; \quad y = |x|; \quad y = x^2; \quad y = x^3; \quad y = \frac{k}{x}; \quad y = \sqrt{x}$$

- **Задачи:**

а) При каких значениях параметра уравнение

$$|x| = c; \quad x^2 = c; \quad x^3 = c; \quad \frac{k}{x} = c; \quad \sqrt{x} = c.$$

Имеет решение? 1 корень? 2 корня?

- **Фронтальная работа, диктант.**

Методические акценты

Параметры в 8 классе

- **Преобразование графика функции.**

$$y = -|x| \quad y = x^2 - 2; \quad y = 2x^3; \quad y = \frac{k}{x+2}; \quad y = \sqrt{x+2}$$

- **Задачи:**

а) При каких значениях параметра уравнение

$$-|x| = c; \quad 2|x| = c; \quad |x-2| = c; \quad |x|-2 = c.$$

имеет решение? 1 корень? 2 корня?

- **Обсуждение.**

Методические акценты

Параметры в 9 классе

Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$

Теория:

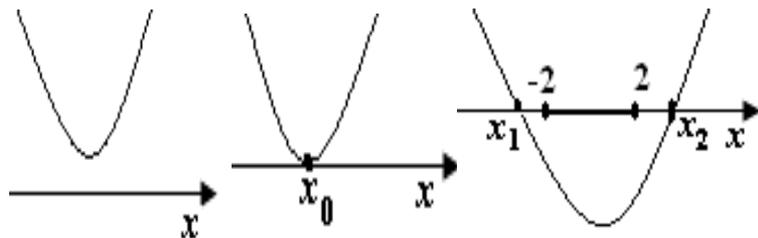
- Формула дискриминанта и корней.
- Теорема Виета.
- Разложение на множители.
- Координаты вершины параболы.
- Направление ветвей параболы.
- Значение квадратного трёхчлена в заданной точке.

Методические акценты

Пример задачи с параметром 2 (ТК19)

Найдите все значения параметра a , при которых неравенство ~~$x^2 + (a-1)x - 2 - 3a \leq 0$~~ верно для любого $x \in [-2; 2]$

Всевозможные случаи расположения графика $f(x) = x^2 + (a-1)x - 2 - 3a$ относительно оси Ox .



Алгоритм решения:

$$\begin{cases} \text{Дискриминант } D > 0 \\ \text{Значение } f(-2) \leq 0 \\ \text{Значение } f(2) \leq 0 \end{cases}$$

Параметры в 10-11 классах

Уравнения и неравенства, сводящиеся к квадратным

Теория:

- Сложная функция, множество значений (TK17)
- Формулирование новой задачи на квадратный трёхчлен.
- Решение новой задачи с применением теории квадратного трёхчлена.

Методические акценты

Пример задачи с параметром 3 (ТК19)

Найдите все значения параметра p , при которых неравенство $p \cdot 3^{-2x^2} + 2(p-3) \cdot 3^{-x^2} + 5 - p > 0$ справедливо для всех значений x .

Решение: 1. Пусть $y = 3^{-x^2}$, где $y \in (0; 1]$, т.к. $E(3^{-x^2}) = (0; 1]$.

Получим квадратное неравенство $py^2 + 2(p-3)y + 5 - p > 0$

2. Формулируем новую задачу:

Найдите все значения p , при которых промежуток $(0; 1]$ входит в решения неравенства

$$py^2 + 2(p-3)y + 5 - p > 0.$$

3. Решаем задачу, применяя теорию квадратного трёхчлена.

Функции. Опорные знания 10-11 кл.

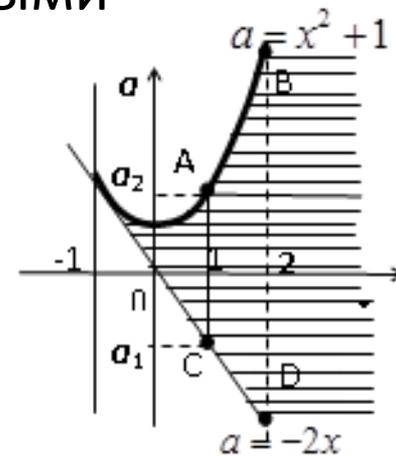
- Степенная функция $y = x^p$
- Показательная функция $y = a^x$
- Логарифмическая функция $y = \log_a x$.
- Тригонометрические функции $y = \sin x$; $y = \cos x$;
 $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$

Пример базовой задачи:

При каких значениях параметра уравнение $(2x+1)^{-0,3} = 2$ имеет решение?

Графический способ решения. Плоскость Oxy

- Решение уравнения $F(x, y) = 0$ с двумя переменными – множество пар $(x; y)$ – координат точек **некоторой линии** или совокупности линий.
- Решение неравенства $F(x, y) > 0$ с двумя переменными – множество пар $(x; y)$ – координат точек **некоторой области**, ограниченной линией или совокупности линий.



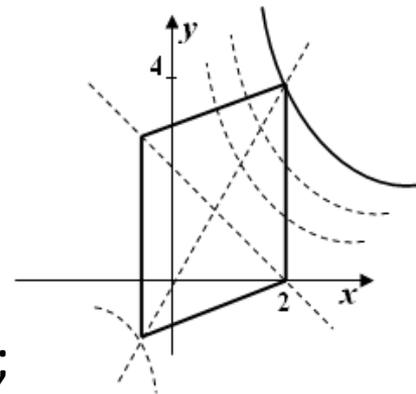
Пример задачи с параметром 4 (ТК21)

Найдите наибольшее значение параметра c , при котором система

$$\begin{cases} |2x - y| + |x + y - 2| = 4, \\ xy + 2x - y = c + 2. \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Решение (алгоритм)

1. Преобразуем уравнения системы и построим графики каждого уравнения.
2. Первое уравнение – две пары параллельных отрезков;
второе уравнение с параметром – описывает семейство гипербол (подвижный график).
3. Уравнение имеет единственное решение при **наибольшем $c=6$** .



Графический способ решения. Плоскость Oxa

Общий вид уравнения и неравенства $F(x, a) = 0$, ($>$ $<$; \geq ; \leq).

Алгоритм решения

- 1). Преобразуем выражение $F(x, a)$ и приведём к виду, доступному для построения графиков.
- 2). Выразим a через x , получим функцию $a(x)$.
- 3). Строим график $a(x)$ – линию или заштриховываем области в случае неравенства.
- 4). Считываем решение с чертежа, удовлетворяющее вопросу задания.
- 5). Результаты подкрепляем аналитически. Пишем ответ.

Пример задачи с параметром 5 (ТК22)

Найдите все значения параметра, при которых хотя бы одно значение из промежутка $[1; 2)$ являлось решением

неравенства $x \log_2 x - xa + 2a \log_2 x - 2a^2 > 0$.

Решение. 1-2). Преобразуем

равенство, получим совокупность:

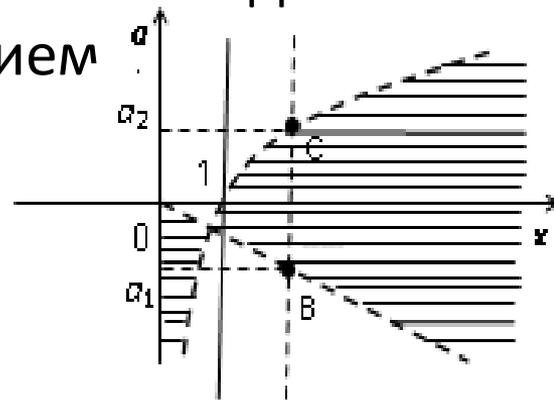
$$\begin{cases} x > 0, \\ a = -0,5x, \\ a = \log_2 x. \end{cases}$$

3). Строим графики, заштриховываем области.

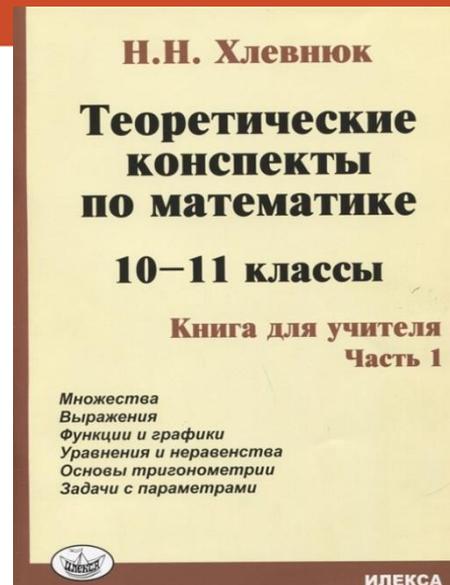
4). Считываем решение с чертежа.

5). Подтверждаем аналитически.

Пишем ответ.



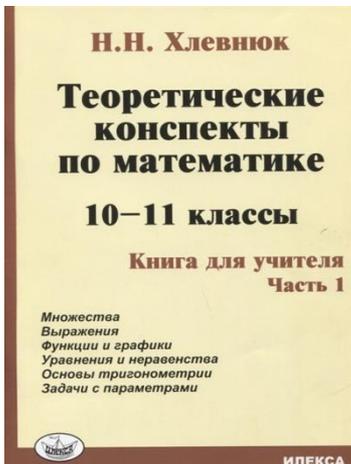
- **TK15. Классификация функций.**
- **TK17. Сложная функция.**
- **TK 18. Квадратный трёхчлен в параметрах.**
- **TK19. Уравнения и неравенства с параметрами, сводящиеся к квадратным.**
- **TK20. Уравнения и неравенства с двумя неизвестными.**
- **TK21. Графический способ решения в плоскости Oxy .**
- **TK22. Графический способ решения в плоскости Oxa .**



Использование в дистанционном обучении

Почему?

- Все темы профильной математики,
- Все вопросы подготовки к ЕГЭ.
- **Необходимое и достаточное содержание:** понятия, определения, теоретические положения, примеры, алгоритмы, задачи.
- **Последовательное изложение** тем.
- **Малый объём, удобный формат.**



Спасибо за внимание и сотрудничество.

Успехов в изучении и обучении!

 Издательский дом
Первое сентября

 Курсы
Первое сентября

 Вебинары
Первое сентября

 Открытый урок
Первое сентября

 Школа цифрового века
Первое сентября

Наши социальные сети

