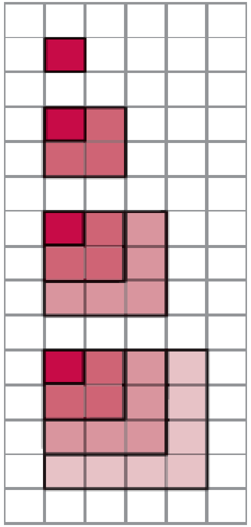
Издательский дом
Первое сентября

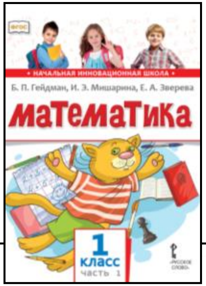
Издательство
«РУССКОЕ СЛОВО»

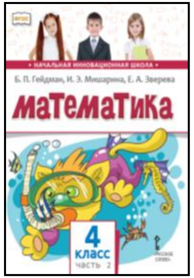


Математика на клетчатой бумаге

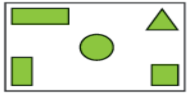
Мещерякова Ирина Александровна,
кандидат технических наук,
методист издательства «Русское слово»

Естественность, наглядность, преемственность

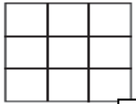




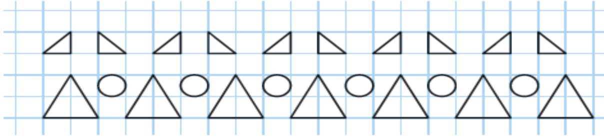
3 Какая фигура расположена в нижнем правом углу? в верхнем правом углу? в нижнем левом углу? в центре? в верхнем левом углу?



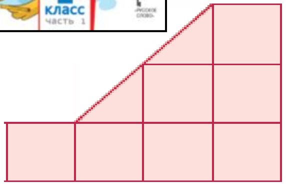
4 Нарисуй в тетради такую таблицу. Попробуй вставить в каждую клетку таблицы круг, квадрат или треугольник так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце были разные фигуры.



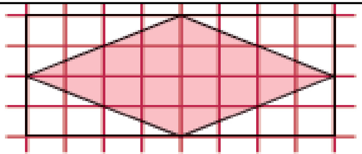
5



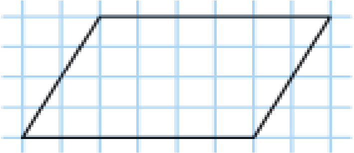
Раздели фигуру на две одинаковые части.



Площадь закрашенной части прямоугольника равна 37 см^2.
Найди площадь прямоугольника.

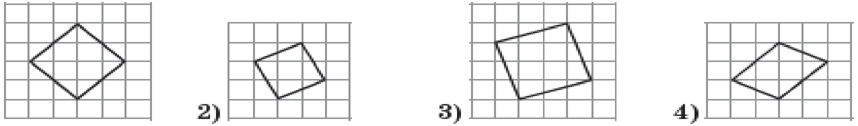


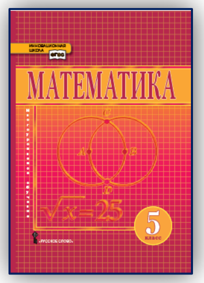
Разрежь четырёхугольник, изображённый на рисунке, на 2 части и составь из них прямоугольник. Измерь длину и ширину прямоугольника и вычисли его площадь.



5 класс. Геометрия на наглядно интуитивном уровне

Задание 2. Укажите все правильные варианты ответа.
2.1. Какие из изображённых фигур являются квадратами?





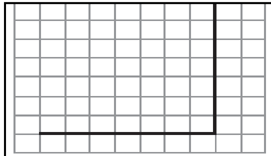


Рис. 9

2.10. Клетчатая бумага. Мы рассмотрели многие примеры геометрических фигур. Иногда будем использовать изображения фигур на бумаге в клеточку.

На клетчатой бумаге нанесены вертикальные и горизонтальные линии, образующие сетку из одинаковых клеточек (рис. 10).

Каждая из этих клеточек «на глаз» является квадратом. Будем считать, что так оно и есть на самом деле. Вершины полученных клеточек будем называть *узлами* клетчатой бумаги или узлами прямоугольной сетки.

Вопрос. Как вы понимаете выражение «одинаковые квадраты»?

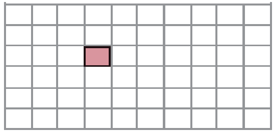
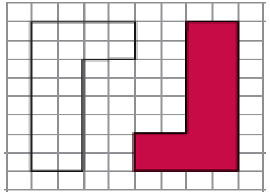


Рис. 10

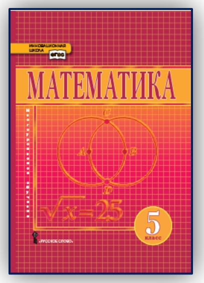
§ 3. РАВЕНСТВО ФИГУР

3.1. Примеры равенства фигур. Рассмотрим фигуры, изображённые на рис. 1. Представим, что они вырезаны из тонкого картона. Тогда правую фигуру можно наложить на левую так, что они совместятся. Иными словами, эти фигуры одинаковые, или *равные*.

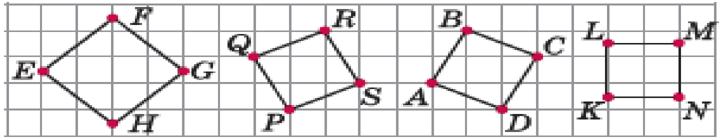


Фигуры на рис. 2 не одинаковы. В этом легко убедиться, если снова вообразить, что они сделаны из картона. Тогда нижнюю фигуру можно наложить на верхнюю так, что нижняя фигура окажется «внутри» верхней. Это показано на рис. 3.

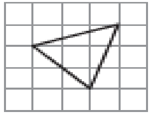
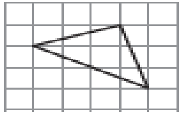
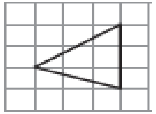
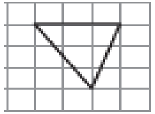
На рис. 4 изображён квадрат $ABCD$, разбитый



1.3. Какой из указанных квадратов можно сложить из четырёх клеточек сетки?



2.3. На каких рисунках изображён треугольник, не имеющий двух равных сторон?

1) 
2) 
3) 
4) 

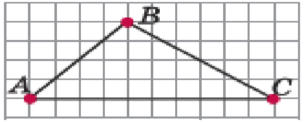


Рис. 4

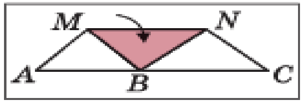


Рис. 5

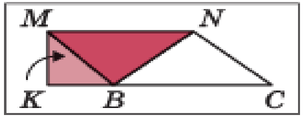


Рис. 6

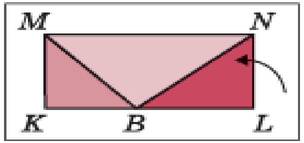


Рис. 7

градусной меры имеем $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC$, или $\angle AOB = 2 \cdot \angle AOC$. Поэтому градусная мера каждого из углов AOC, BOC равна половине градусной меры угла AOB.

Луч, проведённый из вершины угла и делящий этот угол на два равных угла, называется *биссектрисой* этого угла.

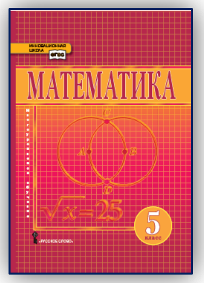
Вопрос. Как представить развёрнутый угол в виде суммы двух равных углов?

3.3 . Пример на вычисление суммы углов треугольника. Рассмотрим ещё пример на применение основного свойства градусной меры.

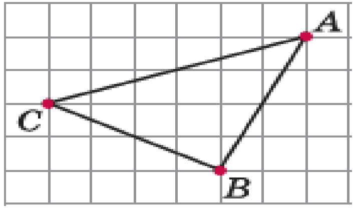
Пример 3. Вырежем из клетчатой бумаги треугольник ABC, как на рис. 4. Перегнём его последовательно так, как показано на рис. 5, 6, 7. Углы ABC, BAC, BCA треугольника ABC займут на рис. 7 положения углов MBN, MBK, NBL соответственно. По основному свойству градусной меры сумма мер этих углов равна градусной мере развёрнутого угла KBL, то есть $\angle KBM + \angle MBN + \angle NBL = 180°$. Следовательно, для данного треугольника ABC справедливо равенство:

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180°.$$

Вопрос. Чему равна сумма градусных мер углов четырёхугольника $KMNL$ на рис. 7?



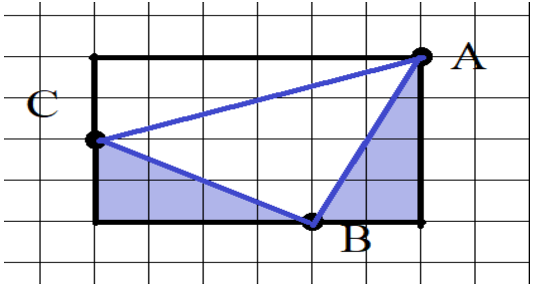
Задача 1



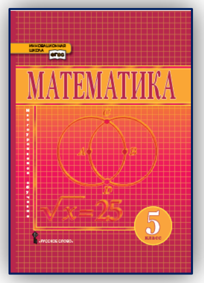
Задание 1. Укажите правильный вариант ответа.

1.1. На рис. 17 изображены точки A, B, C. Чему равна величина угла BAC?

1) 30°; 2) 35°; 3) 40°; 4) 45°.



Закрашенные треугольники равны, следовательно угол B равен 90^0, так как AB=BC, то $\angle BAC = \angle BCA = 45^0$



1.2. Площадь фигур на клетчатой бумаге. Пусть k — это «шаг» сетки на клетчатой бумаге, то есть длина стороны одной клетки. Площадь одной клеточки примем за единицу измерения площади и обозначим её через $1\ k^2$.

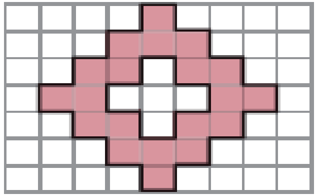


Рис. 5

Возьмём фигуру на рис. 5. Она состоит из 20 неперекрывающихся клеточек, площадь каждой из которых $1\ k^2$. Поэтому площадь всей фигуры равна сумме из 20 единиц измерения, то есть $20\ k^2$.

Изображённая на рис. 6 фигура состоит из 21 клеточки, поэтому её площадь равна $21\ k^2$. Таким образом, площадь этой фигуры больше, чем площадь фигуры на рис. 5.

Вопрос. Какова площадь закрашенной области на рис. 4?

8. Почему на столе шириной 60 см и длиной 90 см нельзя без наложения разместить 2000 монет, площадь каждой из которых 3 см^2?

9. Сколько рулонов обоев длиной 10 м и шириной $\frac{3}{5}$ м потребуется на стену, размеры которой $2\frac{1}{2}$ м $\times$ 4 м?

10. Сколько картофеля потребуется для посадки на участке шириной 8 м и длиной 75 м, если на одну сотку уходит 30 кг?

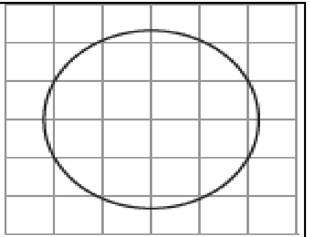


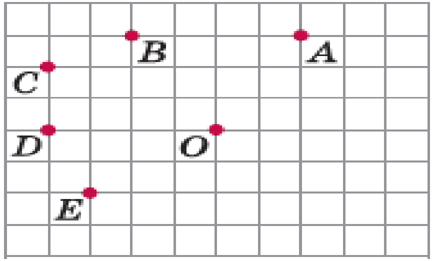
Рис. 11

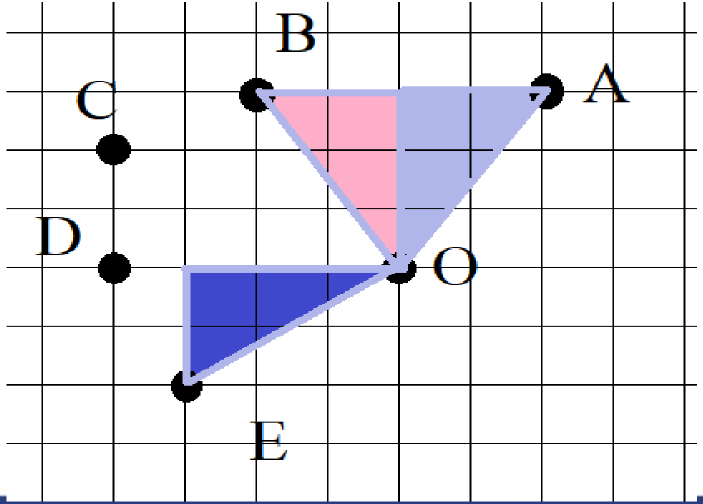
11. Найдите значения площади с недостатком и с избытком для круга на рис. 11, принимая длину одного шага сетки за 2 см.

Задача 2

2.2. На рис. 22 изображены шесть точек. Через какие из указанных точек проходит окружность с центром O и радиусом OE?

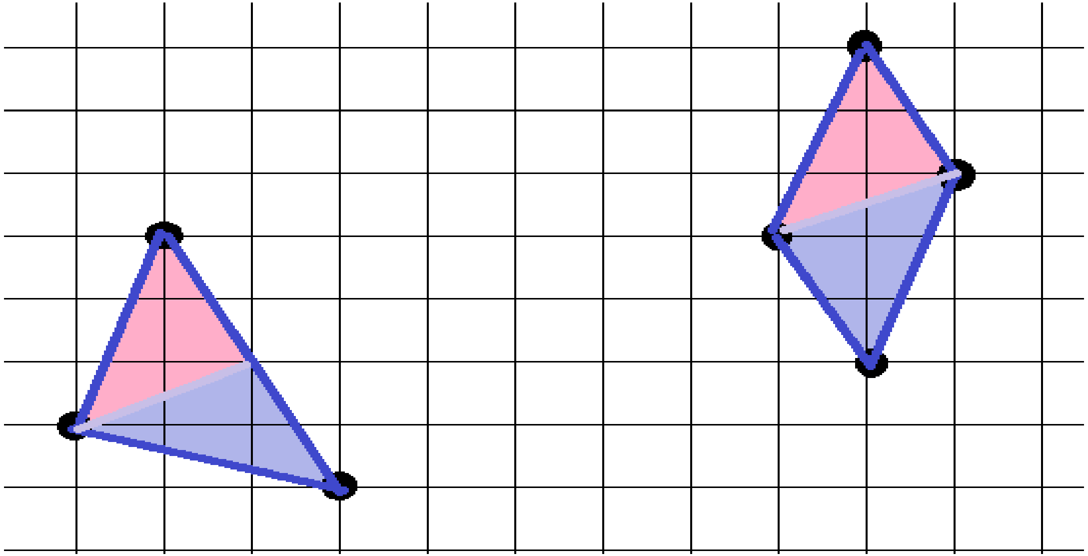
1) точка A;
2) точка B;
3) точка C;
4) точка D.





Задача 3

16.** Почему на рис. 18 площадь треугольника ABC равна площади четырёхугольника $MNKL$?



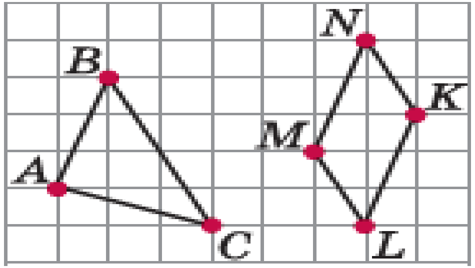


Рис. 18

§ 5. РАВНОСОСТАВЛЕННЫЕ ФИГУРЫ

5.1. Примеры равносоставленных фигур. Рассмотрим фигуру на рис. 1, ограниченную равными дугами окружностей одинакового радиуса. Чему равна её площадь? Глядя на рисунок, ответить на этот вопрос нелегко.

Разрежем фигуру так, как на рис. 2, и переместим части, как на рис. 3. Если приложить эти части друг к другу, как на рис. 4, то получится прямоугольник площади $8\,k^2$.

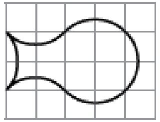


Рис. 1

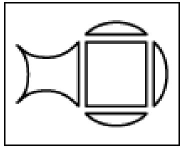


Рис. 2

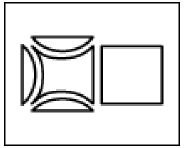


Рис. 3

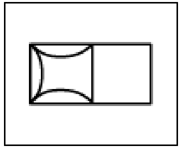


Рис. 4

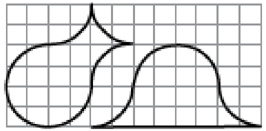


Рис. 16

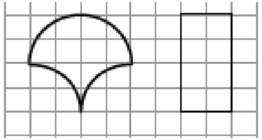


Рис. 17

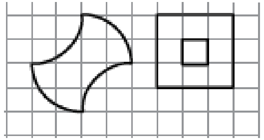
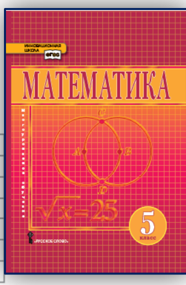
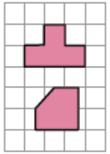


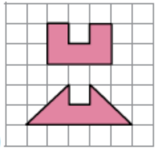
Рис. 18

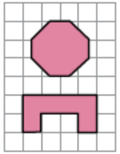


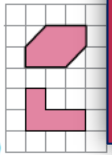
Задание 2. Укажите все правильные варианты ответа.

2.1. На каких рисунках изображены две фигуры разной площади?

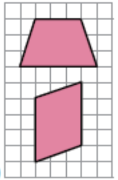
1) 

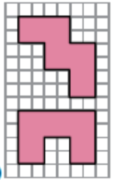
2) 

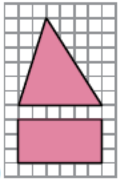
3) 

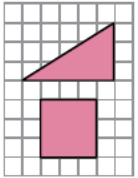
4) 

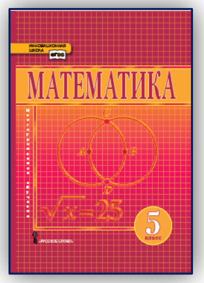
2.2. На каких рисунках две изображённые фигуры равносоставлены?

1) 

2) 

3) 

4) 



5.3. Откуда взялась лишняя площадь? Возьмём квадрат размером 8×8 и разрежем его на четыре части, как указано на рис. 9. Может показаться, что полученные части можно сложить так, как на рис. 10.

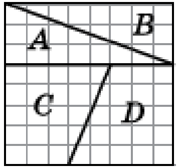


Рис. 9

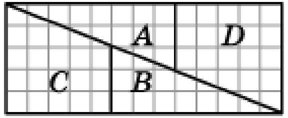


Рис. 10

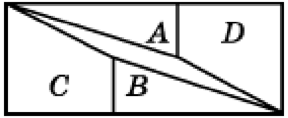
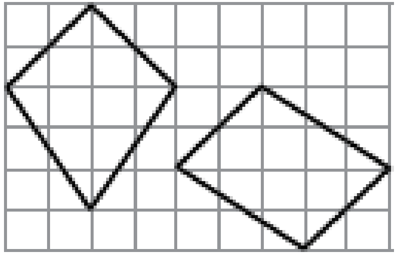
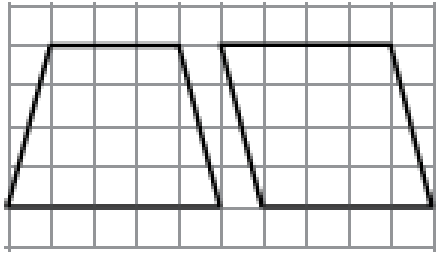
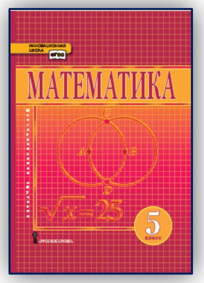


Рис. 11

Подсчитаем площади. Площадь квадрата была $8^2 = 64$ клеточки, а площадь прямоугольника стала $5 \cdot 13 = 65$ клеточек. В чём дело?







4.2. Пример на вычисление площади треугольника. Найдём площадь треугольника ABC на рис. 2.

Проведём дополнительные линии так, как это показано на рис. 3. Тогда: $|AM| = 2\ k$, $|BM| = 7\ k$, $|BK| = 6\ k$, $|CK| = 5\ k$, $|CN| = 2\ k$, $|AN| = 4\ k$. Этого достаточно, чтобы вычислить необходимые площади.

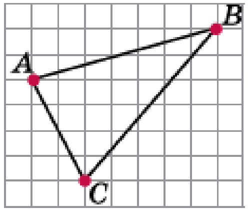


Рис. 2

Площадь прямоугольника $MNKB$ равна

$$S_1 = |MB| \cdot |BK| = 7 \cdot 6 = 42\,(k^2).$$

Найдём площади трёх прямоугольных треугольников:

$$S_{\Delta AMB} = \frac{1}{2}|AM| \cdot |BM| = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 7\,(k^2).$$

$$S_{\Delta BKC} = \frac{1}{2}|KB| \cdot |KC| = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15\,(k^2).$$

$$S_{\Delta ANC} = \frac{1}{2}|NC| \cdot |AN| = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4\,(k^2).$$

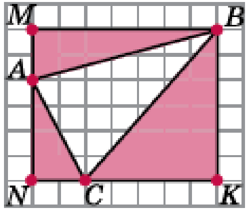


Рис. 3

Прямоугольник $MNKB$ составлен из треугольников, поэтому можем записать:

$$S_1 = S_{\Delta AMB} + S_{\Delta BKC} + S_{\Delta ANC} + S_{\Delta ABC}.$$

Подставляя найденные числа, получим $42 = 7 + 15 + 4 + S_{\Delta ABC}$ или $42 = 26 + S_{\Delta ABC}$. Значит, $S_{\Delta ABC} = 42 - 26 = 16\,(k^2)$.

Вопрос. Как использовались свойства площади при решении этой задачи?

6 класс. Геометрия на наглядно

уничтожить все корабли, содержащие более одной клеточки. Противник знает, что не нужно стрелять в клеточки, соседние с уничтоженными кораблями. Какое наибольшее и какое наименьшее число клеточек может остаться для поиска «подводных лодок»?

4. Может ли шахматный слон за несколько ходов попасть с поля f2 на поле d7?

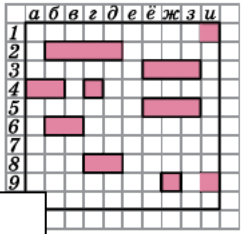


Рис. 5

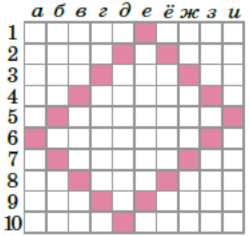


Рис. 8

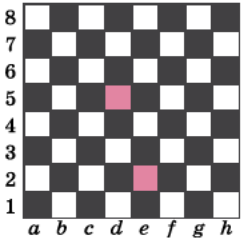


Рис. 9

КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

В первой главе вы найдёте описание игры в «Морской бой», узнаете про то, что такое направление и координаты.

§ 1. «МОРСКОЙ БОЙ»

1.1. Правила игры. Представим, что вы играете в «Морской бой». Вы и «противник», не показывая друг другу, изображаете на клетчатом игровом квадрате размером 10 × 10 прямоугольники: по одному «линкору» в четыре клеточки, по два «крейсера» в три клеточки, по три «миноносца» в две клеточки и по четыре «подводные лодки» в одну клеточку, — так, чтобы корабли не соприкасались сторонами и вершинами. Пример расположения кораблей приведён на рис. 1. «Противник» на своём поле расставил такие же корабли. После этого игроки по очереди начинают «стрелять» по клеточкам, стараясь попасть в корабль другого игрока. При каждом попадании «стреляющий» зарабатывает право дополнительного «выстрела». В случае неуда-

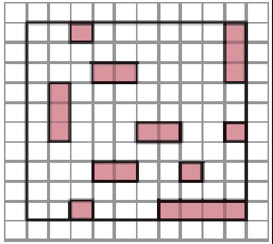
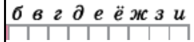
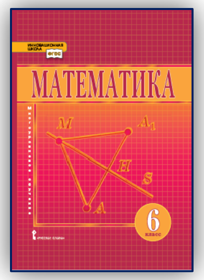


Рис. 1



§ 2. КООРДИНАТЫ НА ПРЯМОЙ И НА ПЛОСКОСТИ

6 класс. Нахождение НОД на наглядно интуитивном уровне

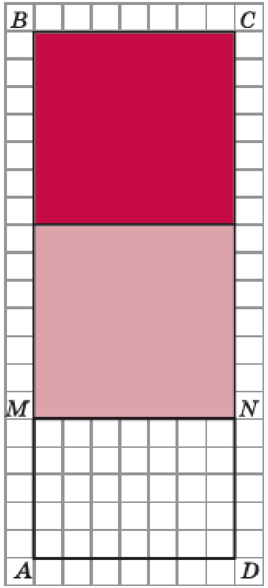


3.4. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя. Найти наибольший общий делитель больших чисел методом разложения на простые сомножители довольно трудно. Упрощает такую задачу *алгоритм Евклида*.

Познакомимся с алгоритмом Евклида на конкретном примере. Найдём НОД (66, 180).

Первый шаг. Делим с остатком большее число 180 на меньшее число 66, получим $180 = 66 \cdot 2 + 48$.

Второй шаг. Делим с остатком число 66 на остаток 48. Получим $66 = 48 \cdot 1 + 18$.



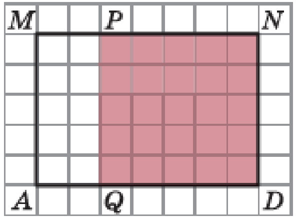


Рис. 2

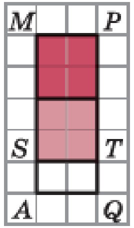


Рис. 3

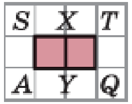


Рис. 4

Задача 4.

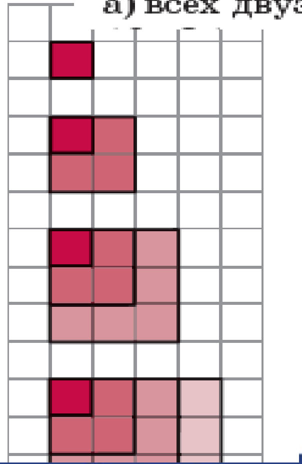
1.9.* Последовательные нечётные числа и квадраты чисел. Обратим внимание на одну закономерность, связанную с нечётными числами.

Запишем легко проверяемые равенства:

$$1 = 1^2,$$
$$1 + 3 = 4 = 2^2,$$
$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2,$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2.$$

Оказывается, наблюдаемая закономерность выполняется для суммы любого количества последовательных нечётных чисел начиная с 1. Это можно проиллюстрировать на рис. 1.

Вопрос. Чему равна сумма первых десяти нечётных чисел?



14. Чётной или нечётной является сумма:

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$;

б) $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 25$;

в)* $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 199$;

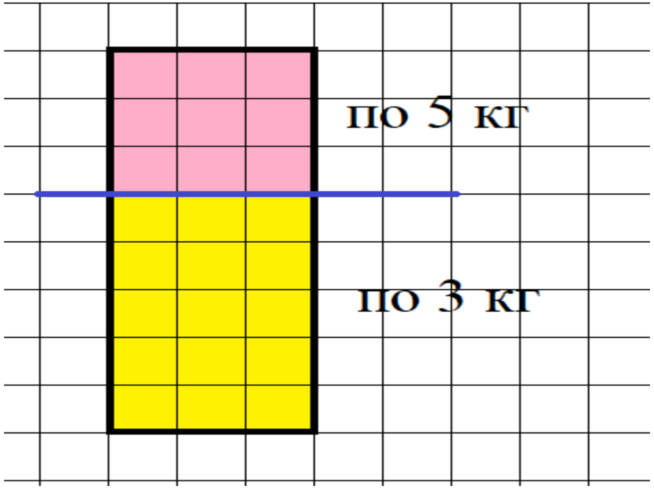
г)** $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 1\,000\,001$?

15.** Чётной или нечётной является сумма:

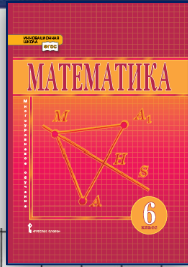
а) всех двузначных чисел; б) всех трёхзначных чисел?

Задача 5

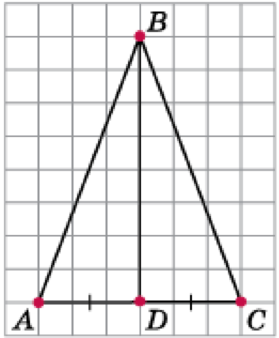
17. Картофель развесили в 24 пакета по 3 кг и по 5 кг. Сколько было тех и других пакетов, если вес всех пакетов с картофелем по 3 кг оказался равен весу всех пакетов с картофелем по 5 кг?

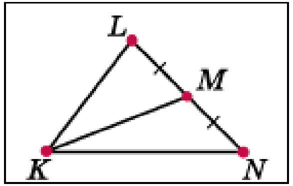


1 клетка – 1 пакет
5+3=8 клеток (длина прямоугольника)
24/8=3 (ширина прямоугольника)
Делим на два прямоугольника длиной 3 и 5 клеток и считаем пакеты
Ответ: по 3 кг. - 15 пакетов, по 5 кг. – 9 пакетов.



6 класс. Геометрия на наглядно интуитивном уровне

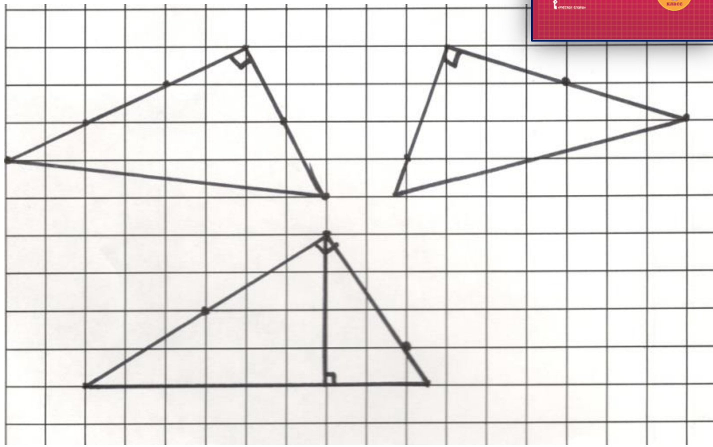




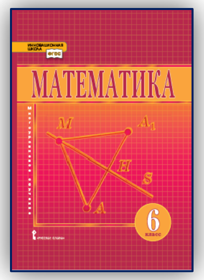
1.2. Биссектриса угла в треугольнике. На рис. 3 точка L выбрана на стороне FG треугольника EFG так, что луч EL делит угол FEG на два равных угла, то есть EL является биссектрисой угла FEG. Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой противолежащей стороны, называется *биссектрисой* треугольника.

На рис. 3 отрезок EL является биссектрисой треугольника FEG.

На рис. 1 медиана BD является также биссектрисой треугольника ABC, потому что углы ABD и DBC равны как соответственные углы в равных прямоугольных треугольниках ABD и CBD. В этом примере биссектриса и медиана, проведённые к одной и той же стороне AC, совпали.



6 класс. Геометрия на наглядно интуитивном уровне



§ 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

4.1. Пример на вычисление площади четырёхугольника. Формула площади прямоугольного треугольника позволяет решать многие задачи. Покажем это на примере вычисления площадей многоугольных фигур на клетчатой бумаге.

Найдём площадь S четырёхугольника $ABCD$ на рис. 1. Разделим его отрезками AC и BD на четыре треугольника. Пусть M — точка пересечения этих отрезков. Видно, что $|AM| = 5\,k$, $|BM| = 2\,k$, $|CM| = 3\,k$, $|DM| = 4\,k$. Вычислим площади следующих треугольников:

$$S_{\Delta AMB} = \frac{1}{2}|AM|\cdot|BM| = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 2 = 5\,(k^2),$$

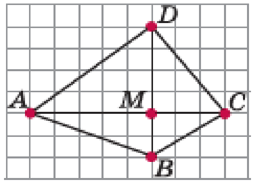


Рис. 1

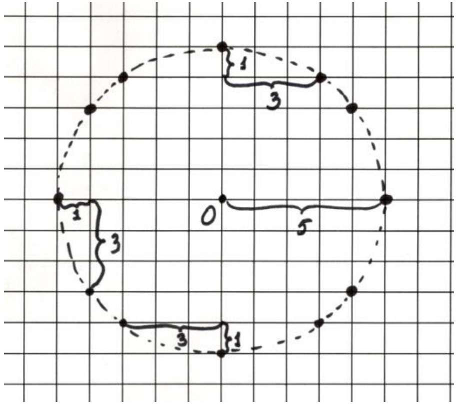
$$S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2}|BM|\cdot|CM| = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3 = 3\,(k^2),$$

$$S_{\Delta CDM} = \frac{1}{2}|CM|\cdot|DM| = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4 = 6\,(k^2),$$

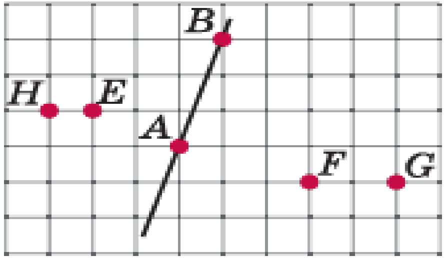
$$S_{\Delta ADM} = \frac{1}{2}|AM|\cdot|DM| = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4 = 10\,(k^2).$$

Площадь S четырёхугольника $ABCD$ равна сумме найденных площадей треугольников, поэтому:

$$S = 5 + 3 + 6 + 10 = 24\,(k^2).$$

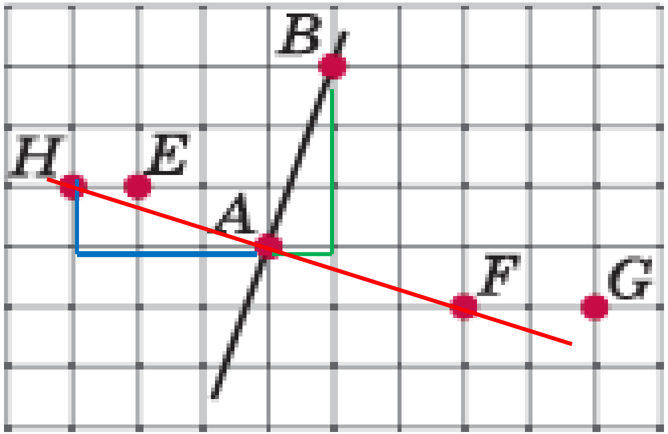


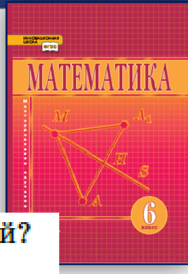
Задача 6



2.2. В каких из указанных точек, изображённых на рис. 20, может быть центр окружности, которая проходит через точку A и касается прямой AB?

1) в точке E; 2) в точке F;
3) в точке G; 4) в точке H.





6 класс. Геометрия на наглядно интуитивном уровне

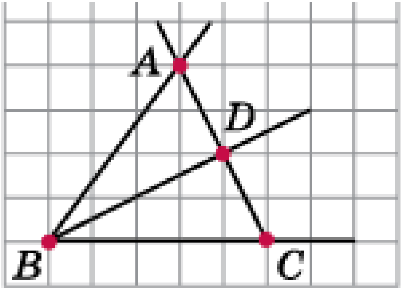
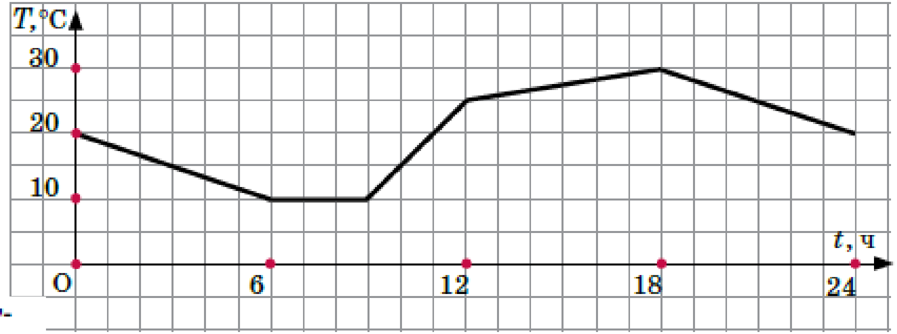


Рис. 19

22. На рис. 19 луч *BD* является биссектрисой угла *ABC*, а точки *A* и *C* выбраны так, что $AB = BC$ и точки *A*, *D*, *C* лежат на одной прямой. Объясните, почему $AD = DC$.

1.2. В какое время *t* температура по графику на рис. 7 была наибольшей?

1) 12 ч 2) 15 ч 3) 18 ч 4) 21 ч



§ 1. ВСТРЕЧА ПОЕЗДОВ

1.1. Масштабы на осях системы координат. Иногда бывает удобно выбирать прямоугольную систему координат с различными масштабами на осях Ox и Oy.

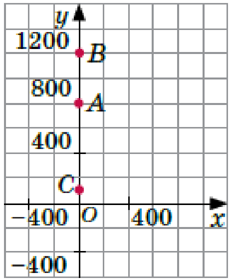


Рис. 1

Например, треугольник ABC с вершинами $A(-2; 800)$, $B(4; 1200)$, $C(3; 100)$ нельзя изобразить на листе тетради, если ввести систему координат, в которой единицы на обеих осях являются отрезками по 0,5 см.

Треугольник может быть размещён на листе тетради, если за единицы на обеих осях выбрать отрезки по $\frac{1}{400}$ см. Но тогда треугольник ABC изобразится примерно так, как на рис. 1, и его практически не отличить от отрезка.

Естественнее изобразить данный треугольник в такой системе координат, где единица на оси абсцисс является отрезком в 1 см, а единица на оси ординат — отрезком в $\frac{1}{400}$ см. Треугольник ABC будет выглядеть как на рис. 2, но его истинная форма исказится.

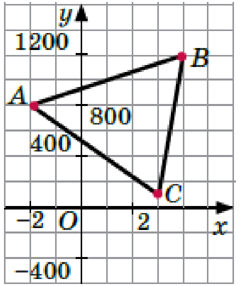


Рис. 2

В этом случае говорят, что плоскость «сжата» вдоль оси Oy, или можно сказать, что плоскость «растянута» вдоль оси Ox.

Вопрос. Как сравнить масштабы на осях с помощью циркуля?

1.7. Задача о встрече поездов. Графики, построенные в п
и 1.6, изображены на одном рис. 6. Эти графики пересекаютс
с координатами (35; 25).

Так как точка P находится на графике зависимости S от t (пр
рез 35 минут пассажирский поезд будет на расстоянии 25 км от

Точка P находится также и на графике зависимости S от t (пр
му через 35 минут товарный поезд будет на расстоянии 25 км от

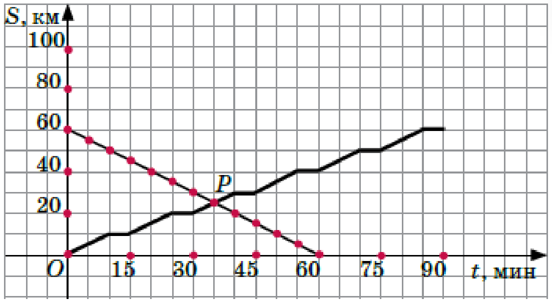
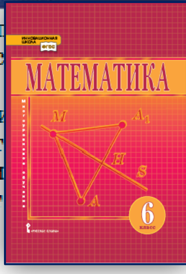


Рис. 6

Это значит, что поезда встретятся через 35 мин после начала движения.

Вопрос. Чему равно расстояние между поездами за 5 минут до



7 класс.

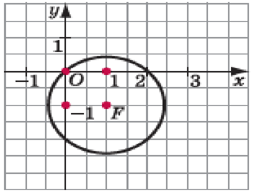


Рис. 12

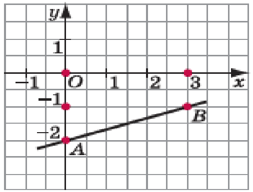
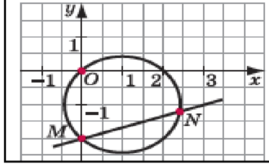


Рис. 13



2.5. Пересечение прямой и окружности. Графический способ решения можно применять не только к системам линейных уравнений.

Пример 5. Решим графически систему

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y+1)^2=2,\\ x-3y-6=0.\end{cases}$$

Как вы знаете, уравнение

$$(x-1)^2+(y+1)^2=2$$

в координатной плоскости является уравнением окружности с центром $F(1;-1)$ и радиусом $R=\sqrt{2}$ (рис. 12).

Уравнение $x-3y-6=0$ или $y=\frac{1}{3}x-2$ является уравнением прямой, проходящей через точки $A(0;-2)$ и $B(3;-1)$ (рис. 13). Значит, решениями системы уравнений являются пары координат отмеченных на рис. 14 точек пересечения M и N окружности и прямой.

Таким образом, система имеет два решения, для которых приближённые значения $x_1\approx 0$; $y_1\approx -2$ и $x_2\approx 2{,}4$; $y_2\approx -1{,}2$.

Вопрос. Как показать, что указанные значения неизвестных x_1, y_1, x_2, y_2 дают точные решения системы из примера 5?

2.6. Графическое решение системы

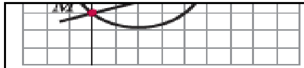


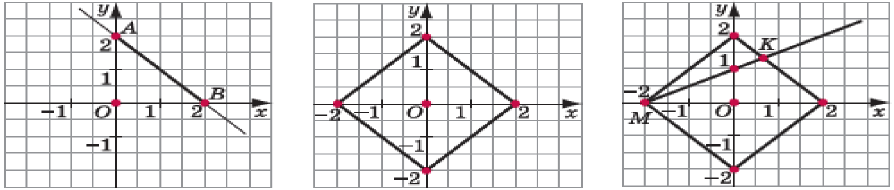
Рис. 14

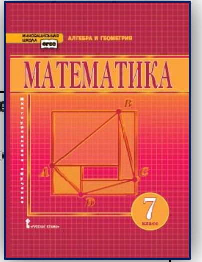
2.6. Графическое решение уравнений с модулем.

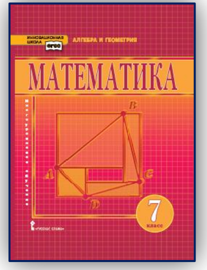
Пример 6. Найдём, сколько реш система уравнений

$$\begin{cases}|x|+|y|=2,\\ x-2y+2=0.\end{cases}$$

Сначала построим график уравнения $|x|+|y|=2$. Заметим, что если точка $(x_0;y_0)$ удовлетворяет этому уравнению, то точки $(x_0;-y_0)$, $(-x_0;y_0)$, $(-x_0;-y_0)$ также удовлетворяют этому уравнению. Отсюда следует, что график уравнения $|x|+|y|=2$ симметричен относительно осей координат







4.2. Формула Пика. С многоугольниками на клетчатой бумаге, вершины которых расположены в узлах, связаны некоторые интересные закономерности. Так, площадь «жука» можно найти новым способом.

Подсчитаем число M узлов, которые лежат строго внутри «жука», и получим $M = 18$ (рис. 2).

Подсчитаем число K узлов, которые лежат на границе «жука», и получим $K = 50$ (рис. 3).

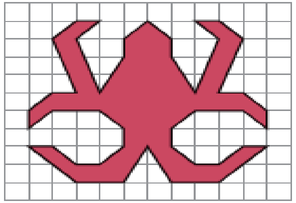


Рис. 1

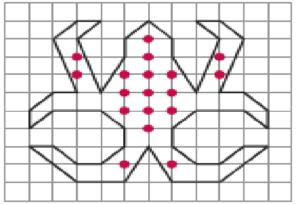


Рис. 2

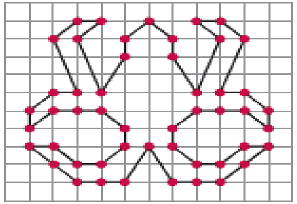


Рис. 3

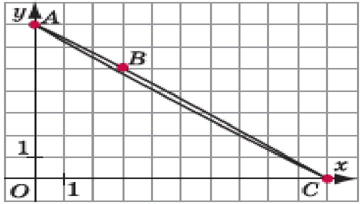


Рис. 4

После этого площадь «жука» можно вычислить по *формуле Пика*

$$S = M + \frac{K}{2} - 1,$$

подставив в неё $M = 18$ и $K = 50$. В результате получим

$$S = 18 + \frac{50}{2} - 1 = 42.$$

Это значение совпадает с тем, которое приведено в предыдущем пункте.

Вопрос. Как с помощью формулы Пика объяснить, что на координатной плоскости треугольник с вершинами в точках $A(0;\ 7)$, $B(3;\ 5)$, $C(10;\ 0)$ не содержит ни одной точки с целочисленными координатами за исключением вершин треугольника (рис. 4)?

8 класс.

§ 3. Параллельный перенос на координатной плоскости

Таким образом, координаты точек преобразуются по формулам:

$$x_2 = x_0 + a,\ \ y_2 = y_0 + b.$$

Пример 1. Рассмотрим параллельный перенос центра $O(0;\ 0)$ окружности S с уравнением $x^2 + y^2 = 1$ сначала вдоль оси Ox на 3, а затем вдоль оси Oy на –2. При первом параллельном переносе точка O переходит в точку $O_1(3;\ 0)$ (рис. 7). Полученная точка O_1 при втором параллельном переносе переходит в точку $O_2(3;\ -2)$ (рис. 8).

Вопрос. При выполнении каких параллельных переносов вдоль осей точка $A(-3;\ 2)$ переходит в точку $O(0;\ 0)$?

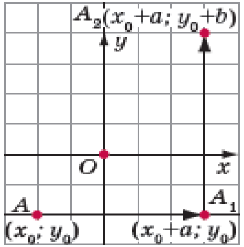


Рис. 6

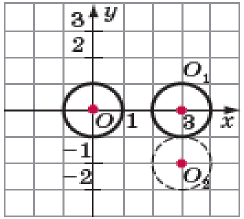


Рис. 7

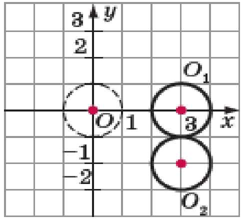


Рис. 8

3.3. Последовательное выполнение параллельных переносов в другом порядке. В предыдущем пункте мы получили *формулы преобразования координат точек* при последовательном выполнении парал-

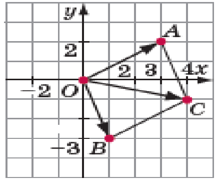


Рис. 3

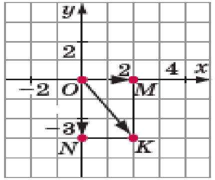
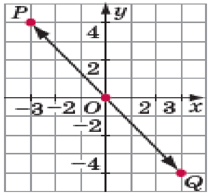


Рис. 4



2.2. Сумма произвольных вект
случае сумма двух связанных векто
ется таким образом, чтобы сохраня
установленное в предыдущем пункте

Суммой двух векторов называетс
динаты которого равны суммам соо
координат слагаемых: первая коор
векторов равна сумме первых коо
емых, вторая координата суммы в
сумме вторых координат слагаемых.

Пример 1. $\overrightarrow{OA} = (3;\ 2)$, $\overrightarrow{OB} = (1;\ -3)$ (рис. 3). То
по правилу сложения векторов

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (3 + 1;\ 2 - 3) = (4;\ -1).$$

Этот вектор изображён на рис. 3 как вектор $\overrightarrow{OC}$.

Пример 2. Пусть $\vec{a} = \overrightarrow{OM} = (2;\ 0)$, $\vec{b} = \overrightarrow{ON} = (0;$
(рис. 4). Тогда по правилу сложения векторов

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} = (2 + 0;\ 0 - 3) = (2;\ -3).$$

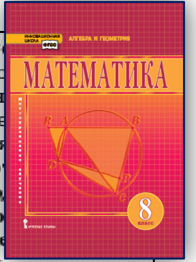
Этот вектор изображён на рис. 4 как вектор $\overrightarrow{OK}$.

Пример 3. Пусть $\vec{a} = \overrightarrow{OP} = (-3;\ 4)$, $\vec{b} = \overrightarrow{OQ} = (3;\ -$
(рис. 5). Тогда по правилу сложения векторов

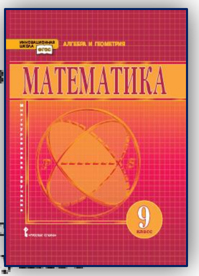
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} = (-3 + 3;\ 4 - 4) = (0;\ 0) = \vec{0}.$$

Вопрос. Какой вектор в сумме с вектором
$\vec{a} = (3;\ 5)$ даёт вектор $\vec{c} = (-1;\ 2)$?

2.3. Правило параллелограмма. Возьм
в прямоугольной системе координат векторы OA



9 класс.



3.4. Точки максимума и минимума линейной функции. Можно показать, что всякая линейная функция, заданная на многоугольнике, достигает наибольшего и наименьшего значений в вершинах этого многоугольника. На практике для получения точек максимума и минимума линейной функции, заданной на многоугольной области, находят вершины многоугольника, вычисляют в них значения данной функции $f(x; y) = ax + by$ и выбирают те вершины, в которых значение функции $f(x; y)$ будет наибольшим и наименьшим.

Пример 2. Найдём максимум и минимум функции $f(x; y) = y - \frac{1}{2}x$ при условии, что x и y удовлетворяют системе неравенств $\begin{cases} x + y \le 1, \\ x - y \ge 1, \\ y + 1 \ge 0. \end{cases}$

Сначала находим множество решений данной системы нерав

Для этого перепишем систему в виде $\begin{cases} y \le -x + 1, \\ y \le x - 1, \\ y \ge -1. \end{cases}$

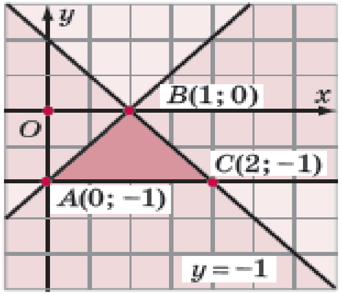


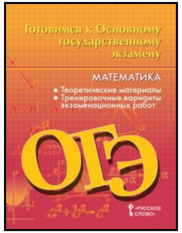
Рис. 6

Следовательно, множество решений ес ресечение полуплоскостей: нижней полу кости относительно прямой $y = -x + 1$, нижней полуплоскости относительно прямой $y = x - 1$ и верхней полуплоскости относительно прямой $y = -1$ (рис. 6).

Таким образом, множество решений изображается треугольной областью с вершинами $A(0; -1)$, $B(1; 0)$ и $C(2; -1)$. Функция $f(x; y) = y - \frac{1}{2}x$ принимает в этих вершинах соответственно значения -1, $-\frac{1}{2}$ и -2. Поэтому максимум функции $f(x; y) = y - \frac{1}{2}x$ в данной треугольной области достигается в вершине $B(1; 0)$ и равен $-\frac{1}{2}$, а минимум достигается в вершине $C(2; -1)$ и равен -2.

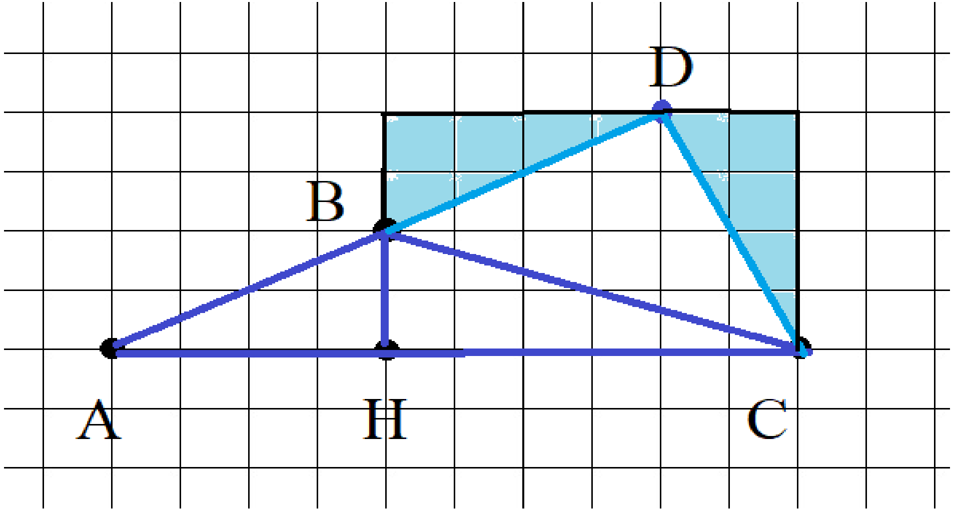
Вопрос. Какие значения принимает линейная функция $f(x; y) = ax + by$ в вершинах квадрата $(0; 0)$, $(1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 1)$?

Задача 7

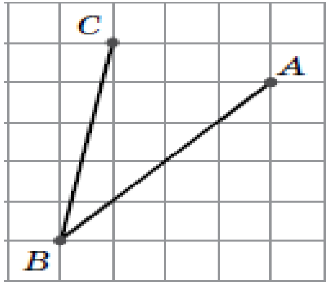


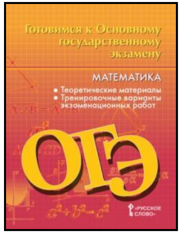
25. В треугольнике ABC проведена высота BH, основание которой расположено на стороне AC. Известно, что $BH = 2$, $AH = 4$, $CH = 6$. Докажите, что $\angle ABC = 135°$.

25.	Указание: изобразить чертеж на клетчатой бумаге и построить точку D, симметричную точке A относительно точки B. В итоге получим, что треугольник BCD прямоугольный

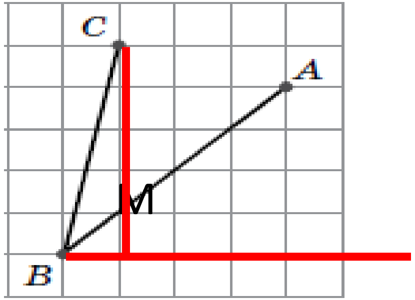


Задача 8





18. На клетчатой бумаге изображен угол. Найдите тангенс этого угла.

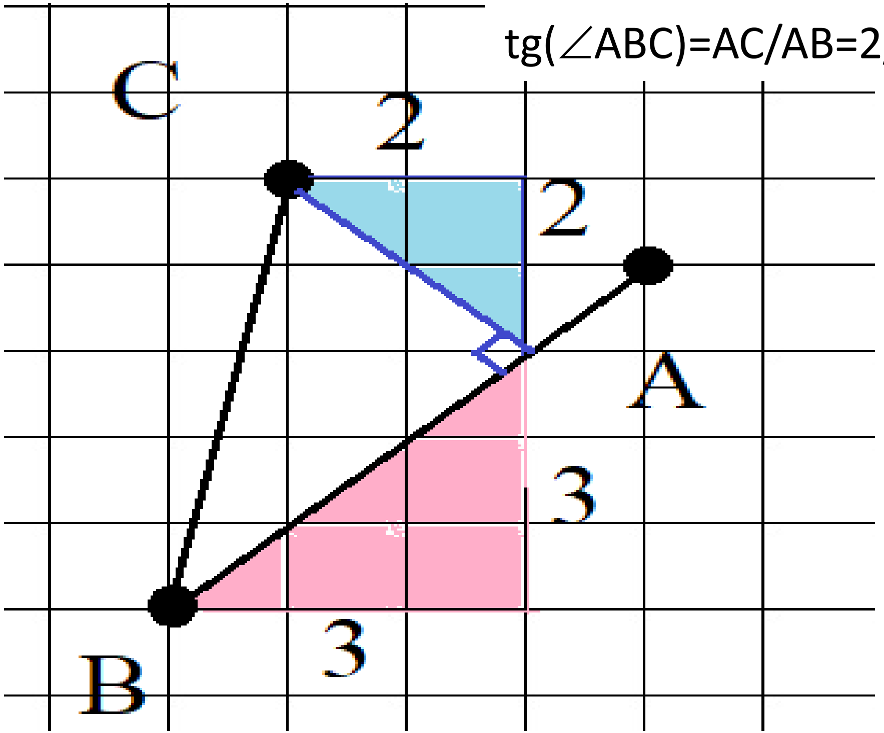


$\angle ABM=45^0$

$tg(\angle ABM)=1$

$tg(\angle CBM)=5$

$tg(\angle ABC)=tg(\angle CBM-\angle ABM)=$
$(tg(\angle CBM)-$
$tg(\angle ABM))/(1+tg(\angle CBM)tg(\angle ABM)=$
$=(5-1)/(1+1*5)=4/6=2/3$



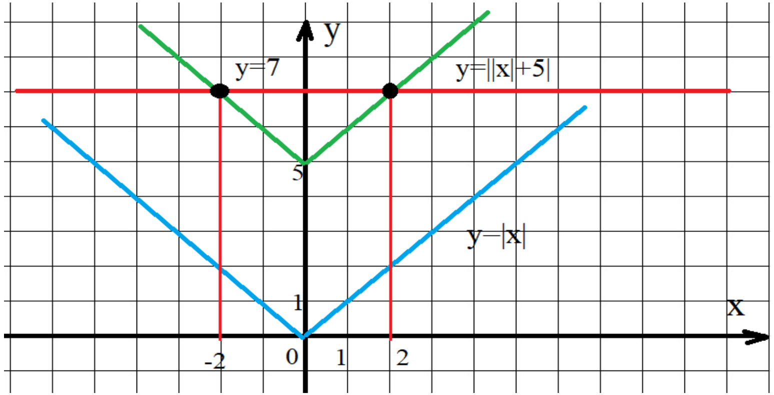
tg(∠ABC)=AC/AB=2/3

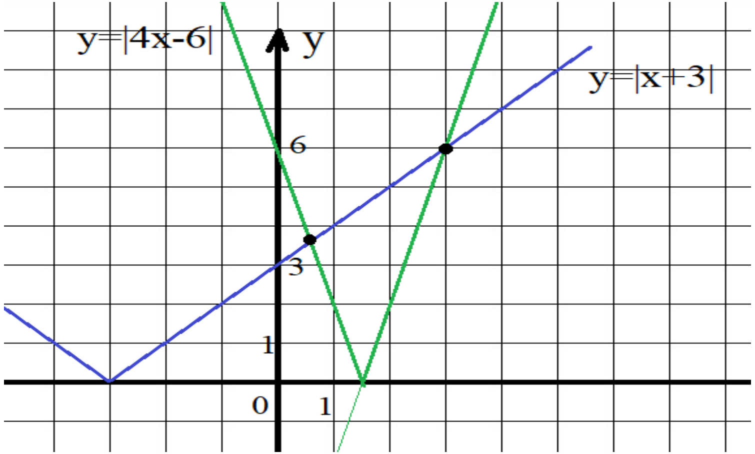
Задача 9

3. Решите уравнение:

а) $||x|+5|=7$;

б) $|x+3|=|4x-6|$.



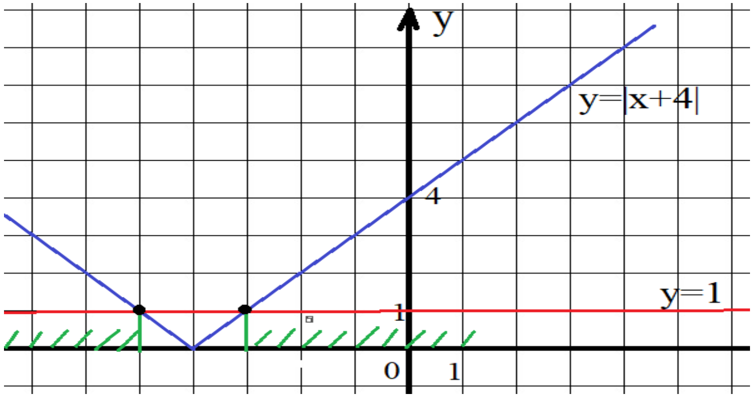


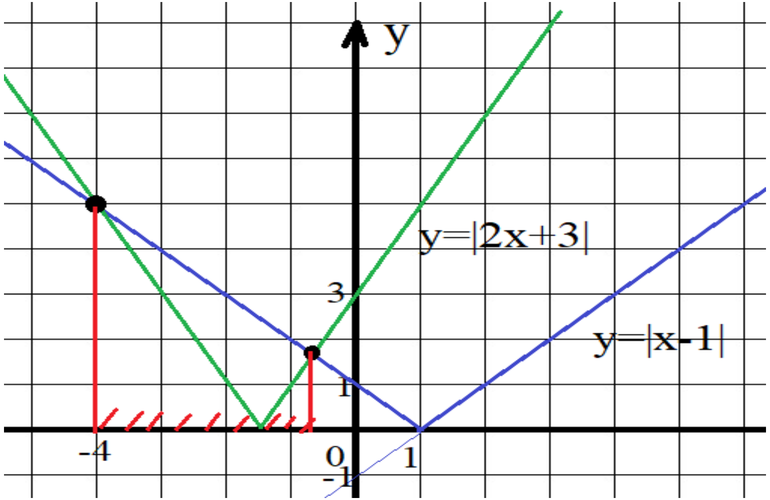
Задача 10

4. Решите неравенство:

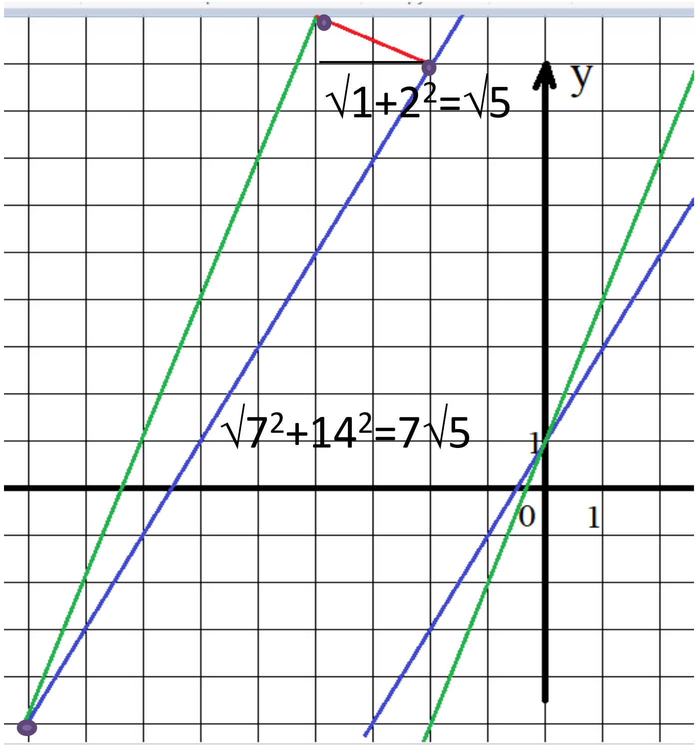
а) $|x+4|\geq 1$;

б) $|x-1|>|2x+3|$.





Задача 11



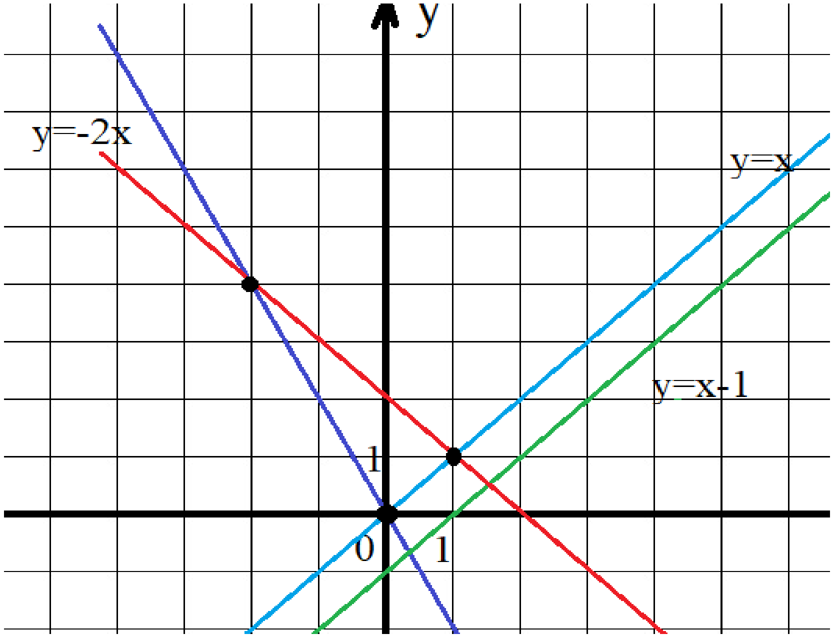
1. Найдите тангенс угла между прямыми:

а) $y = 2x + 1$ и $y = 3x + 1$

б) $y = -2x$ и $y = x - 1$

$\text{tg}\alpha = \sqrt{5}/(7\sqrt{5}) = 1/7$

Задача 11



1. Найдите тангенс угла между прямыми:

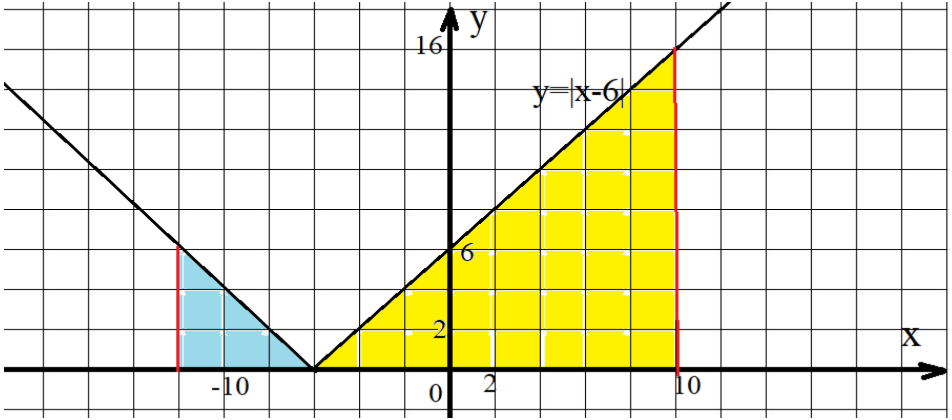
а) $y = 2x + 1$ и $y = 3x + 1$

б) $y = -2x$ и $y = x - 1$

tgα=3√2/√2)=3

Задача 12

Вычислите значение выражения $\int_{-12}^{10} |x-6|\,dx$

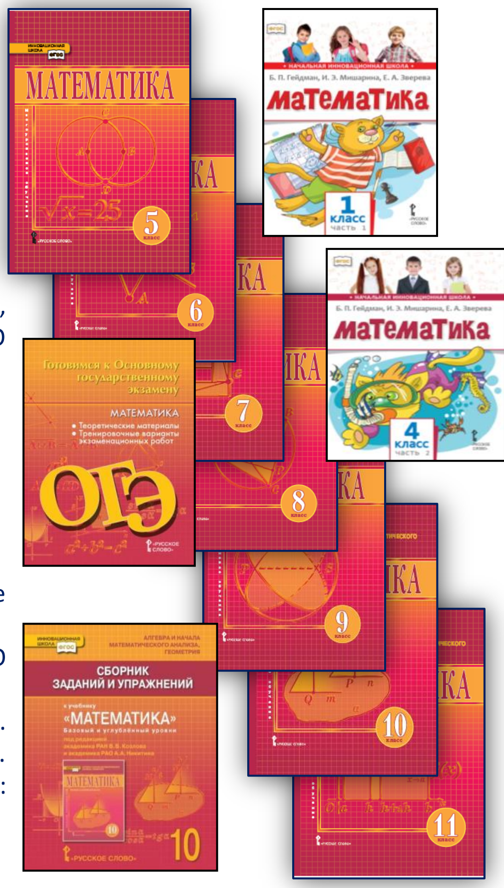


$\int_{-12}^{10} |x-6|\,dx = S_1+S_2=6*6/2+16*16/2=18+128=146$


русское-слово.рф
Тел.: 8(495) 969-24-54
ЛИЧНЫЙ КАБИНЕТ
ПОИСК
Издательство «Русское слово»
Развиваем, сохраняя традиции...
НОВИНКИ
РУССКИЙ РОДНОЙ ЯЗЫК
О НАС
УЧЕБНИКИ В ФП
ИЗДАТЕЛЬСКИЕ ПРОЕКТЫ
ВЕБИНАРЫ
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ (ЭОР)
ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН
КОНТАКТЫ
КАТАЛОГ
Семинары
Конференции
ФГОС
Методическая помощь
МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ
ГДЕ И КАК КУПИТЬ?
О НАС
УЧЕБНИКИ В ФП
Главная › Методический раздел
Методический раздел
Разделы:
ВЕБИНАРЫ
СКАЧАТЬ ПРОГРАММЫ И ПОСОБИЯ К УМК
КОНКУРСЫ, АКЦИИ И МЕРОПРИЯТИЯ
ПРЕЗЕНТАЦИИ
ПРЕДМЕТНЫЕ ДЕКАДЫ
ОТЗЫВЫ ОБ УЧЕБНИКАХ И УМК
Предметные декады
АССОЦИАЦИЯ ШКОЛ
МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПЕДАГОГОВ
ПОВЫШЕНИЕ КВАЛИФИКАЦИИ
МАТЕРИАЛЫ ПО ИТОГАМ МЕРОПРИЯТИЙ ИЗДАТЕЛЬСТВА
03.02.2020 – 12.02.2020
ДЕКАДА ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ И ЛИТЕРАТУ
13.02.2020 – 25.02.2020
ДЕКАДА ПО ОБЩЕСТВОЗНАНИЮ
26.02.2020 – 06.03.2020
ДЕКАДА ПО МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ
11.03.2020 – 20.03.2020
ДЕКАДА ПО НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ
06.04.2020 – 15.04.2020
ДЕКАДА ПО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

ЛИТЕРАТУРА

1. Математика: учебник для 1 класса общеобразовательных организаций. Первое полугодие / Б.П. Гейдман, И.Э. Мишарина, Е.А. Зверева. — 3-е изд. — М.: ООО «Русское слово — учебник»: Издательство МЦНМО, 2020 —136 с.: ил.
2. Математика: учебник для 4 класса общеобразовательных организаций. Второе полугодие / Б.П. Гейдман, И.Э. Мишарина, Е.А. Зверева. — 4-е изд. — М.: ООО «Русское слово — учебник»: Издательство МЦНМО, 2020 —136 с.: ил.
3. Математика: учебник для 5 класса общеобразовательных организаций / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин; под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. — М.: ООО «Русское слово — учебник», 2019 —296 с.
4. Математика: учебник для 6 класса общеобразовательных организаций / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин; под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. — М.: ООО «Русское слово — учебник», 2019 —296 с.
5. Математика: алгебра и геометрия: учебник для 7 класса общеобразовательных организаций / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин; под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. — М.: ООО «Русское слово — учебник», 2019 —376 с.
6. Математика: алгебра и геометрия: учебник для 8 класса общеобразовательных организаций / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин; под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. — М.: ООО «Русское слово — учебник», 2019 —352 с.
7. Готовимся к Основному государственному экзамену. Математика. Теоретические материалы. Тренировочные варианты экзаменационных работ: пособие для учащихся. 9 класс / В.В. Козлов, А.А.Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин; под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. — М.: ООО «Русское слово — учебник», 2018 —288 с.
8. Сборник заданий и упражнений к учебнику «Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия». Базовый и углублённый уровни. Для 10 класса общеобразовательных организаций / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин; под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. — М.: ООО «Русское слово — учебник», 2018 —368 с.



КОНТАКТЫ

Мещерякова Ирина Александровна, к.т.н.,
автор методических пособий,
лауреат и победитель конкурса «Грант Москвы»
методист информационно-методического отдела
издательства «Русское слово»

+ 7(906)-062-87-86

meshirina@russlo.ru

русское-слово.рф

E-mail: rs@russlo.ru