

**Учебники по математике
для инженерных классов -
гарантия качественной
подготовки к ЕГЭ
и вступительным
испытаниям
в престижный ВУЗ
(УМК по алгебре
для 10-11 классов
Шабунин М.И.,
Прокофьев А.А.)**



ПРОСВЕЩЕНИЕ



Математическое образование

На старшей ступени школы завершается общее образование школьников, обеспечивающее их функциональную грамотность, социальную адаптацию личности.

Углубленное изучение отдельных предметов, ориентация на новые цели и образовательные результаты в старших классах - это ответ на новые требования, которые предъявляет общество к социальному статусу каждого человека.

Математическое образование в системе общего среднего образования занимает одно из ведущих мест, что определяется безусловной практической значимостью математики, её возможностями в развитии и формировании мышления человека, её вкладом в создание представлений о научных методах познания действительности.

Именно математика обеспечивает успешное изучение других школьных дисциплин: физики, химии, информатики и т.д. Математические знания, умения и навыки необходимы для подготовки школьников к жизни.

ФГОС СОО



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

утвержден приказом Министерства образования и науки
Российской Федерации

от «17» мая 2012 г. № 413

Образовательные организации переходят на него массово
в 2020-2021 учебном году.

Примерная основная образовательная программа среднего
образования одобрена решением федерального учебно-
методического объединения по общему образованию
(протокол от 28.06.2016 №2/16-з).

Профильное обучение



Профильное обучение – это организация образовательной деятельности по образовательным программам среднего общего образования, основанная на дифференциации содержания с учетом образовательных потребностей и интересов обучающихся, обеспечивающих **углубленное изучение** отдельных учебных предметов, предметных областей соответствующей образовательной программы образовательной организации (ФГОС).

Профильное обучение – средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

(Приказ Минобрнауки РФ от 18 июля 2002 г. N 2783 «Об утверждении Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования».)

Профильное обучение



Направленность (профиль) образования – это ориентация образовательной программы на конкретные области знания и (или) виды деятельности, определяющая ее предметно-тематическое содержание, преобладающие виды учебной деятельности обучающегося и требования к результатам освоения образовательной программы образовательной организации.

Согласно ФГОС среднего общего образования предусмотрено пять профилей:

- Естественнонаучный,
- Технологический (инженерный),
- Социально-экономический,
- Гуманитарный,
- Универсальный

Профильное обучение



Профильное обучение предполагает изучение непрофильных предметов на базовом уровне, а профильных дисциплин – на углубленном.

Технологический профиль ориентирован на производственную, инженерную и информационную сферы деятельности, поэтому в данном профиле для изучения на углубленном уровне выбираются учебные предметы и элективные курсы преимущественно из предметных областей «Математика и информатика» и «Естественные науки».

Таким образом, **профилирующие предметы** в рамках инженерного и естественнонаучного профилей:

- **Математика,**
- **Информатика,**
- **Физика,**
- **возможно химия, биология**



Отличительные особенности курса математики для обучения в рамках инженерного профиля

Обучение в школах и классах инженерного профиля требует разработки специального курса математики, отличающегося от курсов математики в рамках других профилей тем, что он должен:

- способствовать развитию мышления:
 - ✓ *системного* (умение видеть причинно-следственные цепочки и связи элементов системы),
 - ✓ *конструкторского* (прямое использование знаний и навыков по их назначению),
 - ✓ *технического* (оперирование техническими образами предметов);
- иметь профессионально-прикладную направленность и способствовать сохранению мотивации к развитию профессиональных навыков;
- способствовать развитию интеллекта и, в частности, умения переходить на более высокий уровень абстракции в изложении математических дисциплин, достаточный для успешного обучения в вузе.



УМК по алгебре и началам математического анализа в 10-11 классах

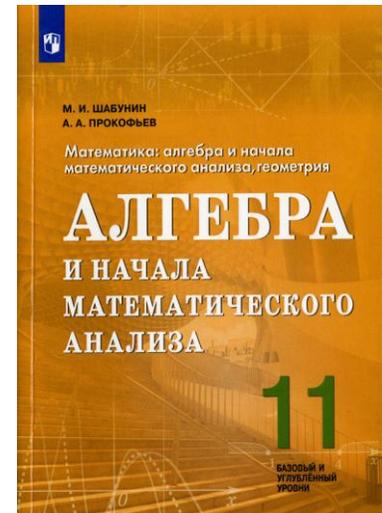
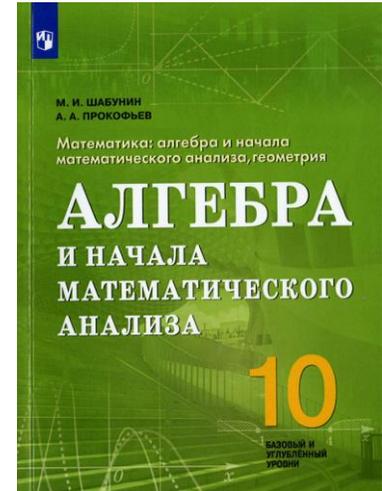


**Шабунин
Михаил Иванович**



**Прокофьев
Александр Александрович**

- **поданы на экспертизу для включения** в Федеральный перечень учебной литературы, рекомендованной к использованию в образовательных организациях;
- **рассчитаны** на базовом уровне на 2,5 часа в неделю (85 часов в год); на углублённом уровне 4 или 5 часов в неделю (140 или 175 часов в год);
- **имеют отличительной особенностью** прикладную направленность, большое количество разобранных примеров, знакомящих учащихся с различными методами решений и доказательств, и позволяющих организовать процесс подготовки старшеклассников к поступлению в высшие технические учебные заведения с повышенными требованиями к математической подготовке поступающих (МФТИ, МВТУ, МИЭТ и др.).



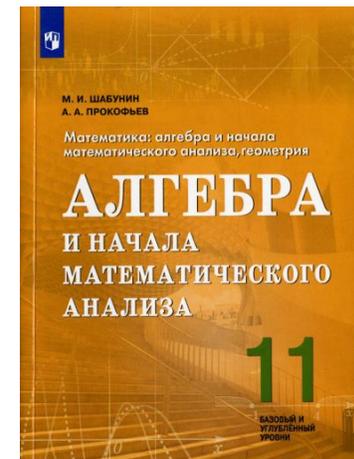
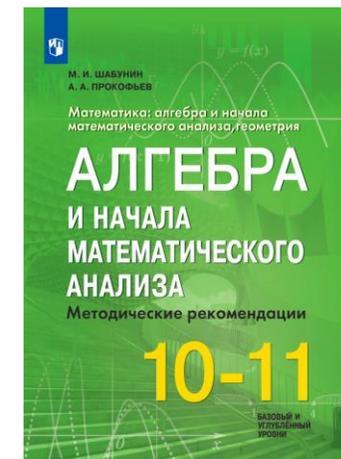
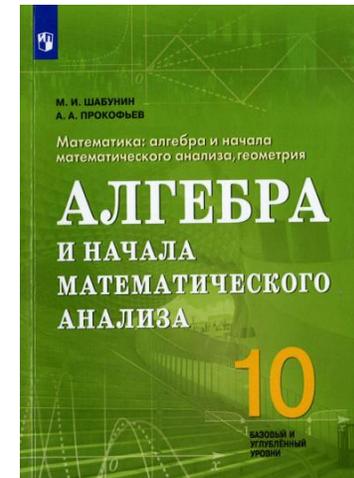
Состав УМК «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (углублённый уровень)»

Авторы: М.И. Шабунин, А.А. Прокофьев



В состав УМК входят:

- Учебник для 10 класса,
- Учебник для 11 класса,
- Рабочая программа,
- Методическое пособие для учителя,
- ЭФУ (электронные формы учебников),
- Интернет-ресурсы (fcior.edu.ru)



УМК «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (углублённый уровень)»



Особенностью курса является его практическая направленность, которая служит стимулом развития у учащихся интереса к алгебре, основой формирования осознанных математических навыков и умений.

В учебнике реализуется взаимосвязь принципов научности и доступности, уделяется особое внимание обеспечению прочности математических знаний всеми учащимися.

Основной материал излагается с постепенным нарастанием его сложности. Для прочного усвоения основных математических понятий активно используется принцип наглядности. В большинстве случаев перед формулировкой определений и теорем рассматриваются примеры, дающие наглядное представление об изучаемом объекте. Рисунки учебника имеют как обучающий, так и иллюстративный характер.

УМК «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (углублённый уровень)»



Так как при изучении курса алгебры и начал математического анализа в инженерных классах ведущей деятельностью является решение задач, то в большинстве случаев закрепление теоретических положений проходит путём решения соответствующих наборов задач. Именно это придаёт осмысленность и прочность знаниям учащихся.

При изучении смежных дисциплин, особенно геометрии и физики, учащиеся убеждаются в том, что необходимо уметь решать самые разнообразные алгебраические задачи: выполнять алгебраические преобразования, находить числовые значения алгебраических выражений, решать уравнения и неравенства, исследовать функции и строить их графики.

УМК «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (углублённый уровень)»

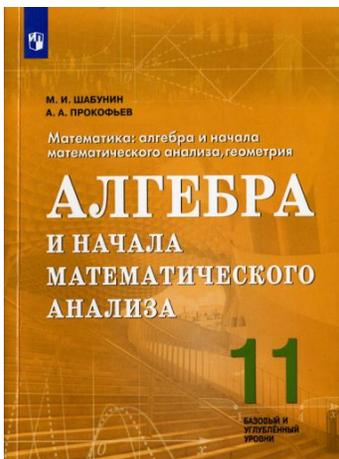
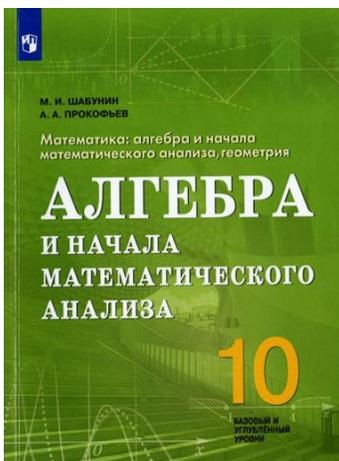


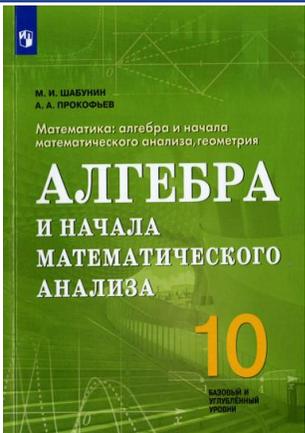
Данный курс алгебры построен в соответствии с традиционными содержательно-методическими линиями:

- числовой;
- функциональной;
- алгоритмической;
- алгебраических преобразований;
- уравнений и неравенств.

Учебник для 10 класса содержит 10 глав. Изложение материала в нём опирается на понятия, изученные учащимися в основной школе.

Учебник для 11 класса содержит 11 глав и так же, как и учебник для 10 класса, ориентирован на закрепление теоретических знаний.





Оглавление учебника для 10 класса



Глава I. Элементы математической логики	5
§ 1. Высказывания и операции над ними	5
§ 2. Неопределённые высказывания. Знаки общности и существования.....	13
§ 3. Некоторые приёмы доказательства.....	22
Задачи и упражнения	32
Глава II. Числовые множества	35
§ 4. Множества. Операции над множествами	35
§ 5. Натуральные, целые, рациональные и иррациональные числа ..	45
§ 6. Степени и корни.....	56
§ 7. Логарифмы	63
§ 8. Суммирование.....	69
§ 9. Числовые неравенства.....	80
Задачи и упражнения	91
Глава III. Функции	108
§ 10. Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции.....	108
§ 11. Основные понятия, относящиеся к числовым функциям.....	121
§ 12. Свойства функций	125
§ 13. Обратная функция	137
§ 14. Графики функций.....	140
Задачи и упражнения	146

Глава IV. Алгебраические уравнения и неравенства	155
§ 15. Уравнение и его корни. Преобразование уравнений	155
§ 16. Квадратные уравнения и сводящиеся к ним	160
§ 17. Иррациональные уравнения. Уравнения, содержащие знак модуля.....	163
§ 18. Алгебраические неравенства	169
Задачи и упражнения	192
Глава V. Тригонометрические формулы	195
§ 19. Тригонометрическая окружность. Измерение угловых величин ..	195
§ 20. Координаты точек на тригонометрической окружности.....	198
§ 21. Синус, косинус, тангенс и котангенс	202
§ 22. Преобразование тригонометрических выражений	207
§ 23. Формулы суммы и разности.....	212
§ 24. Формулы приведения	216
§ 25. Формулы кратных углов	218
§ 26. Формулы половинных углов.....	222
§ 27. Формулы преобразования произведений в суммы	224
§ 28. Формулы преобразования сумм в произведения	227
§ 29. Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа.....	231
Задачи и упражнения	236

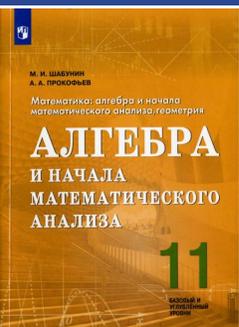


Оглавление учебника для 10 класса



Глава VI. Комплексные числа	248
§ 30. Построение множества комплексных чисел	248
§ 31. Сопряжённые числа. Модуль. Вычитание и деление	251
§ 32. Геометрическое изображение комплексных чисел	254
§ 33. Тригонометрическая форма комплексного числа	256
§ 34. Квадратные уравнения с комплексными коэффициентами	261
§ 35. Извлечение корня из комплексного числа	264
Задачи и упражнения	267
Глава VII. Многочлены от одной переменной	270
§ 36. Основные определения	270
§ 37. Схема Горнера	279
§ 38. Теорема Безу. Корни многочлена	282
§ 39. Алгебраические уравнения	290
Задачи и упражнения	293
Глава VIII. Системы алгебраических уравнений	297
§ 40. Основные понятия, связанные с системами уравнений	297
§ 41. Системы линейных уравнений	302
§ 42. Нелинейные системы уравнений с двумя неизвестными	312
§ 43. Нелинейные системы с тремя неизвестными	321
Задачи и упражнения	327

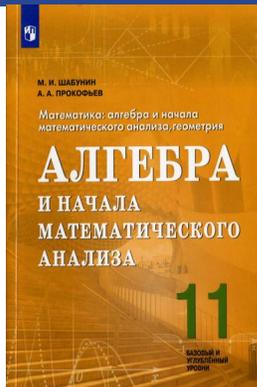
Глава IX. Предел и непрерывность функции	333
§ 44. Точные грани числовых множеств	333
§ 45. Предел последовательности	338
§ 46. Предел функции	352
§ 47. Непрерывность функции	362
§ 48. Вычисление пределов функций	368
Задачи и упражнения	370
Глава X. Степенная, показательная и логарифмическая функции ..	373
§ 49. Степенная функция	373
§ 50. Показательная функция	378
§ 51. Логарифмическая функция	382
§ 52. Показательные уравнения	388
§ 53. Логарифмические уравнения	390
§ 54. Показательные и логарифмические неравенства	393
Задачи и упражнения	397



Оглавление учебника для 11 класса

Глава XI. Тригонометрические и обратные им функции	6
§ 55. Функции синус и косинус	6
§ 56. Функции тангенс и котангенс	18
§ 57. Обратные тригонометрические функции	24
§ 58. Первый замечательный предел	34
Задачи и упражнения	37
Глава XII. Тригонометрические уравнения и неравенства	43
§ 59. Простейшие тригонометрические уравнения	43
§ 60. Основные тригонометрические уравнения	48
§ 61. Метод подстановки и метод разложения на множители	53
§ 62. Метод оценки левой и правой частей уравнения	57
§ 63. Отбор корней в тригонометрических уравнениях	61
§ 64. Тригонометрические уравнения различных видов	66
§ 65. Тригонометрические неравенства	72
Задачи и упражнения	78
Глава XIII. Производная и дифференциал	83
§ 66. Производная функции	83
§ 67. Производные показательной и логарифмической функций	88
§ 68. Правила дифференцирования. Дифференциал	92
§ 69. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала	102
Задачи и упражнения	110

Глава XIV. Применение производной к исследованию функций ...	112
§ 70. Основные теоремы для дифференцируемых функций	112
§ 71. Возрастание и убывание функции	118
§ 72. Экстремумы функции	122
§ 73. Наибольшее и наименьшее значения функции	127
§ 74. Производная второго порядка и её применение	134
§ 75. Построение графиков функций	139
Задачи и упражнения	145
Глава XV. Первообразная и интеграл	149
§ 76. Первообразная функции	149
§ 77. Неопределённый интеграл	154
§ 78. Определённый интеграл	164
§ 79. Практическое применение определённого интеграла	176
§ 80. Приложения определённого интеграла к физическим задачам	184
Задачи и упражнения	188
Глава XVI. Дифференциальные уравнения	197
§ 81. Основные понятия	197
§ 82. Уравнения с разделяющимися переменными	201
§ 83. Линейные дифференциальные уравнения	206
Задачи и упражнения	216



Оглавление учебника для 11 класса



Глава XVII. Системы уравнений и неравенств различных типов .. 219

- § 84. Показательные и логарифмические уравнения с параметром . 219
- § 85. Показательные и логарифмические неравенства с параметром 222
- § 86. Системы логарифмических и показательных уравнений 229
- § 87. Системы тригонометрических уравнений и неравенств..... 237
- Задачи и упражнения 243

Глава XVIII. Уравнения и неравенства с двумя переменными..... 249

- § 88. Линейные уравнения и неравенства с двумя переменными ... 249
- § 89. Нелинейные уравнения и неравенства с двумя переменными. 256
- § 90. Уравнения и неравенства с двумя переменными..... 265
- Задачи и упражнения 277

Глава XIX. Делимость целых чисел. 282

- § 91. Делимость чисел 282
- § 92. Сравнения 289
- § 93. Решение уравнений в целых числах..... 295
- § 94. Текстовые задачи с целочисленными неизвестными 300
- Задачи и упражнения 306

Глава XX. Комбинаторика..... 311

- § 95. Основные законы комбинаторики..... 311
- § 96. Основные формулы комбинаторики..... 315
- § 97. Бином Ньютона и полиномиальная формула 325
- Задачи и упражнения 331

Глава XXI. Элементы теории вероятностей 336

- § 98. Основные понятия теории вероятностей 336
- § 99. Сложение вероятностей..... 345
- § 100. Условная вероятность. Независимость событий 348
- § 101. Схема Бернулли 354
- § 102. Числовые характеристики случайных величин 359
- Задачи и упражнения 368



Навигация в учебниках

Учебники УМК снабжены навигационными инструментами, которые активизируют деятельностный характер взаимодействия ученика с учебным материалом, закрепляет элементы работы с информацией. К ним относятся:

- Навигационная полоса на полях учебников.
- Специальные значки, акцентирующие внимание учащихся на важных конструктах параграфа, указаниями на учебные действия.
- Ссылки на цифровые образовательные ресурсы (www.fcior.ru).

 важное утверждение или определение;

 дополнительный материал;

 интернет-ресурсы;

 материал для подготовки к итоговой аттестации;

 проектные или исследовательские задания.

Навигация в учебниках



❗ График функции $y = ax^2 + bx + c$ можно построить, используя следующую схему:

- 1) найти координаты вершины $A(x_0; y_0)$ параболы, пользуясь формулами $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = -\frac{D}{4a} = c - \frac{b^2}{4a}$ (здесь $D = b^2 - 4ac$) или применяя метод выделения полного квадрата;
- 2) построить ось симметрии параболы;
- 3) найти точки пересечения параболы с осью Oy и осью Ox (найти корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, если $D = b^2 - 4ac \geq 0$);
- 4) нарисовать эскиз графика функции, используя найденные точки и учитывая роль знака числа a .

Для более точного изображения параболы можно найти координаты нескольких её точек.

✔ **Пример 5.** Построить графики функций:

- 1) $y = x^2 - 2x + 5$;
- 2) $y = x(4 - x)$.

△ 1) Так как $y = x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2x + 1 + 4 = (x - 1)^2 + 4$, то вершиной параболы является точка $A(1; 4)$, а ветви параболы направлены вверх. Ось Oy парабола пересекает в точке $(0; 5)$. График функции $y = x^2 - 2x + 5$ изображён на рисунке 6.

2) Парабола $y = x(4 - x)$ пересекает ось Ox в точках $(0; 0)$ и $(4; 0)$, ось параболы проходит через середину отрезка $[0; 4]$ параллельно оси Oy . Поэтому абсцисса вершины $x_0 = 2$, а ордината вершины $y_0 = y(2) = 4$. Ветви параболы направлены вниз. График функции $y = x(4 - x)$ изображён на рисунке 7. ▲

❗ При аналитическом способе задания функция может быть задана:

- а) *явно*, когда дано выражение y через x , т. е. формула имеет вид $y = f(x)$;

- б) *неявно*, когда x и y связаны между собой уравнением вида $F(x, y) = 0$; в этом случае речь идёт о решении относительно y уравнения $F(x, y) = 0$, т. е. об отыскании функции $y = f(x)$ такой, что $F(x, f(x)) = 0$ для всех x из некоторого множества; например, уравнение $xy - 1 = 0$ задаёт при $x \neq 0$ неявную функцию, которая имеет явное выражение $y = \frac{1}{x}$;

- в) *параметрически*, когда соответствующие друг другу значения x и y выражены через третью переменную величину t , называемую *параметром*.

Например, два равенства $x = 2t$, $y = 3t^2 + 4$ определяют параметрически через параметр t функцию $y = 0,75x^2 + 4$.

✔ **Пример 3.** Найти область определения функции

$$y = \frac{x-4}{3x+6} + \sqrt{9-x^2}.$$

△ Для функции $f_1(x) = \frac{x-4}{3x+6}$ естественной областью определения является множество тех значений аргумента, для которых знаменатель дроби не обращается в нуль, т. е. $D(f) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$. Функция $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ определена на множестве тех значений x , для которых $9 - x^2 \geq 0$, т. е. $D(g) = [-3; 3]$. Следовательно, $D(y) = D(f) \cap D(g) = [-3; -2) \cup (-2; 3]$.

О т в е т. $D(y) = [-3; -2) \cup (-2; 3]$. ▲



🗨 *Если $k_1 \neq k_2$, то прямые l_1 и l_2 пересекаются в точке M , координаты которой удовлетворяют системе из уравнений (6) и (7). Прямые l_1 и l_2 , пересекаясь, образуют две пары равных углов. Углом φ между прямыми l_1 и l_2 называют наименьший из этих углов. Тогда

$$\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1} \right| = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|, \quad 0 < \varphi < 90^\circ. \quad (8)$$

Замечание. Формула (8) следует из тригонометрической формулы $\operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}$, которая будет получена в § 23 (см. с. 214). Здесь она приводится без вывода.

Если прямые l_1 и l_2 перпендикулярны, то $\varphi = 90^\circ$ и $\operatorname{tg} \varphi$ не существует. Это означает, что знаменатель дроби (8) обращается в ноль: $k_1 k_2 + 1 = 0$, откуда при $k_1 \neq 0$ получаем

$$k_2 = -\frac{1}{k_1}. \quad (9)$$

Если $k_1 = 0$, то $\operatorname{tg} \varphi = |k_2|$, а прямой, которая перпендикулярна прямой $y = b_1$, является любая прямая вида $x = a$, т. е. прямая, параллельная оси Ox . Условие $k_1 k_2 + 1 = 0$ является необходимым и достаточным условием перпендикулярности прямых l_1 и l_2 , заданных уравнениями (6) и (7), если $k_1 k_2 \neq 0$.

🗨 § 34* Квадратные уравнения с комплексными коэффициентами

1. Уравнения вида $z^2 = c$, $c \in \mathbb{C}$

Рассмотрим уравнение

$$z^2 = a + bi. \quad (1)$$

1) Если $b = 0$, то уравнение (1) имеет один корень при $a = 0$, два действительных корня $z_1 = \sqrt{a}$ и $z_2 = -\sqrt{a}$ при $a > 0$ и не имеет действительных корней при $a < 0$.

Однако уравнение $z^2 = -1$, не имея действительных корней, имеет два комплексных корня $z_1 = i$, $z_2 = -i$, так как уравнение $z^2 = -1$ можно записать в виде $z^2 - i^2 = 0$.

Аналогично, уравнение $z^2 = a$, где $a < 0$, записанное в виде $z^2 - i^2|a| = (z - i\sqrt{|a|})(z + i\sqrt{|a|}) = 0$, имеет два корня $z_1 = i\sqrt{|a|}$ и $z_2 = -i\sqrt{|a|}$.

Условимся один из этих корней (например, $z_1 = i\sqrt{|a|}$) обозначать символом \sqrt{a} , тогда второй корень равен $-\sqrt{a}$. При таком соглашении для любого $a \in \mathbb{R}$ корни уравнения

$$z^2 = a \quad (2)$$

можно находить по формуле



Пример 3. Упростить выражение $A = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1}}{\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}}$.

△ Заметим, что

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} = |x+1|, \text{ а } \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|,$$

откуда получаем, что $A = \frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|}$. Так как

$$|x+1| = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \geq -1, \\ -x-1, & \text{если } x < -1, \end{cases} \quad |x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{если } x \geq 1, \\ -x+1, & \text{если } x < 1, \end{cases}$$

то рассмотрим выражение A на трёх промежутках: $x < -1$, $-1 \leq x < 1$ и $x \geq 1$.

1) Если $x < -1$, то $A = \frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|} = \frac{-x-1+x-1}{-x-1-x+1} = \frac{-2}{-2x} = \frac{1}{x}$.

2) Если $-1 \leq x < 1$, то $A = \frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|} = \frac{x+1+x-1}{x+1-x+1} = \frac{2x}{2} = x$.

3) Если $x \geq 1$, то $A = \frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|} = \frac{x+1-x+1}{x+1+x-1} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$.

Ответ. $A = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x < -1 \text{ или } x \geq 1, \\ x, & \text{если } -1 \leq x < 1. \end{cases}$ ▲

Пример 7. Найти все значения r , при которых неравенство

$$(r^2 - 1)x^2 + 2(r - 1)x + 2 > 0$$

верно для всех $x \in \mathbb{R}$.

△ Если $r = 1$, то неравенство справедливо ($2 > 0$). Если $r = -1$, то неравенство имеет вид $-4x + 2 > 0$ и не является верным для всех $x \in \mathbb{R}$ (например, число $x = 1$ не является решением этого неравенства).

Пусть $r^2 - 1 \neq 0$, т. е. $r \neq 1$ и $r \neq -1$. Тогда задачу можно сформулировать так: найти все значения r , при которых квадратичная функция

$$y = (r^2 - 1)x^2 + 2(r - 1)x + 2$$

принимает положительные значения для всех $x \in \mathbb{R}$.

По теореме 4 §10 (с. 117–118) это имеет место тогда и только тогда, когда дискриминант квадратного трёхчлена отрицателен, а коэффициент при x^2 положителен, т. е. для всех r , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} 4(r-1)^2 - 8(r^2-1) < 0, \\ r^2 - 1 > 0. \end{cases}$$

Первое неравенство равносильно каждому из неравенств $r^2 + 2r - 3 > 0$, $(r+3)(r-1) > 0$, а его решения — значения r такие, что $r < -3$ или $r > 1$.

Второе неравенство справедливо при $r < -1$ или $r > 1$.

Следовательно, решениями системы являются значения r такие, что $r < -3$ или $r > 1$.

Ответ. $r < -3$, $r \geq 1$. ▲

Навигация в учебниках



Интернет-ресурс www.fcior.edu.ru

Путь: каталог электронных образовательных ресурсов — основное общее образование — перечень учебных предметов (дисциплин) общего образования — математика — название модулей:

- Арксинус и арккосинус.
- Изменение значения синуса, косинуса и тангенса при возрастании угла.
- Определение синуса и косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла. Основные тригонометрические тождества, их применение.
- Преобразования тригонометрических выражений.
- Применение основных тригонометрических тождеств.
- Простейшие тригонометрические выражения
- Радианная мера угла.
- Радианное измерение углов. Тригонометрические функции числового аргумента.
- Синус, косинус, тангенс суммы и разности аргументов.
- Тангенс суммы и разности аргументов.
- Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
- Формулы двойного и половинного аргумента.
- Формулы двойного и половинного аргумента; выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
- Формулы приведения.
- Числовая окружность в координатной плоскости.

Интернет-ресурсы для общекультурного развития

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (<http://school-collection.edu.ru/>) — Каталог для ученика — выбрать предмет «Математика» и классы 10 и 11

Электронные издания:

- Журнал «Квант».
- Журнал «Наука и жизнь».

Коллекции:

- Памятники науки и техники в собрании Политехнического музея.
- Памятники науки и техники в собраниях музеев России.
- Электронная библиотека учебно-методической литературы по математике.

Интернет-ресурс www.fcior.edu.ru

Путь: каталог электронных образовательных ресурсов — основное общее образование — перечень учебных предметов (дисциплин) общего образования — математика — название модулей:

- Нахождение первого положительного члена последовательности.
- Понятие последовательности, свойства, способы её задания.
- Преобразование выражений с использованием свойств логарифма.
- Применение свойств логарифмов. Логарифмирование и потенцирование.
- Применение свойств логарифмов.
- Применения свойств логарифма для решения задач с геометрическим содержанием.
- Рациональные и иррациональные числа.
- Свойства логарифмов. Применение свойств логарифмов. Логарифмирование и потенцирование.
- Составление формулы n -го члена числовой последовательности.
- Числовые последовательности.
- Тождественные преобразования логарифмических выражений. Логарифмическая функция, её свойства и график.

Интернет-ресурсы на применение изученных понятий в практических ситуациях

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (<http://school-collection.edu.ru/>) — Каталог для ученика — выбрать предмет «Математика» и классы 10 и 11

Инновационные учебные материалы:

- «Вероятность и статистика в школьном курсе математики».
- «Виртуальная математика. Задачи с параметрами». 7—11 классы.
- «Краткая история моделирования».

Структурные особенности линии УМК



Приложение РЕКОМЕНДУЕМЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Задания повышенной сложности исследовательского типа

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>) — Каталог — Основное общее образование — перечень учебных предметов — Математика — в строке «Поиска» ввести название модуля:

- Изменение значения синуса, косинуса и тангенса при возрастании угла. П4
- Исследование иррационального уравнения. П2
- Исследование функции на монотонность, отыскание точек экстремума. П5
- Нахождение области определения функции. П2
- Нахождение первого положительного члена последовательности. П2

Исторические сведения о становлении отечественной математики и её выдающихся деятелях

Российские и советские учёные внесли существенный вклад в развитие математики. В основном это выходит за рамки школьного курса и частично учащимся удастся познакомиться с ним уже при изучении вузовского курса математики. Многие математики уделяли большое внимание педагогической деятельности и формированию понятийного аппарата курса математики (Л. Ф. Магницкий, Л. Эйлер, Н. И. Лобачевский, М. В. Остроградский, А. Н. Крылов, П. Л. Чебышёв, В. Я. Буняковский, А. Я. Хинчин, А. Н. Колмогоров и др.).

В 1900 году на II Международном конгрессе математиков в Париже немецкий математик Давид Гильберт представил список из 23 главных на тот момент проблем, касающихся математики (геометрии, алгебры, топологии, теории чисел, теории вероятностей и др.). На настоящий момент советскими и российскими математиками из них были решены (или в их решение был внесён существенный вклад): 2-я проблема (П. С. Новиков), 5-я проблема (Л. С. Понтрягин и А. И. Мальцев), 6-я проблема (А. Н. Колмогоров), 7-я проблема (А. О. Гельфонд), 8-я проблема (И. М. Виноградов дал частичное решение), 10-я проблема (Ю. В. Матиясевич), 13-я проблема (В. И. Арнольд совместно с А. Н. Колмогоровым), 21-я проблема (А. А. Болибрух).

На сайте Российской академии наук перечислены важнейшие достижения в области математики и её приложений, полученные математиками — членами РАН (<http://www.ras.ru/viewstaticdoc.aspx?id=a691a27e-bb82-4132-846c-abcc7b3a7528&Language=ru>).

Об истории математики и современных достижениях в математике можно прочитать в:

- Александрова Н. В. История математических терминов, понятий, обозначений. Словарь-справочник / Н. В. Александрова. — М.: ЛКИ, 2008.
- Демидов С. Проблемы Гильберта и советская математика // Квант. — 1977. — № 11.



Особенности задачного материала учебников

Большое количество разнообразных задач помогает понять учащимся практическую необходимость изучения курса алгебры, а учителю - выбрать тот объем, который он считает нужным в данном классе.

В каждом параграфе даются задачи для самостоятельного решения в порядке повышения их сложности. Такое количество примеров и задач позволяет организовать процесс обучения с учетом индивидуальных запросов учащихся в рамках профильного образования по математике.

Внутри параграфов представлены разобранные примеры, помогающие учащимся лучше усвоить теоретический материал и познакомиться с различными методами решений и доказательств.

После каждой главы приводятся «Задачи и упражнения». Номер заданий состоит из двух чисел. Первое указывает номер параграфа.

Особенности задачного материала учебников



✓ **Пример 1.** Доказать, что для любых действительных чисел a и b имеет место неравенство $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$.

△ Разность между левой и правой частями неравенства можно записать так:

$$\begin{aligned} a^4 + b^4 - (a^3b + ab^3) &= a^3(a - b) - b^3(a - b) = \\ &= (a - b)(a^3 - b^3) = (a - b)^2(a^2 + ab + b^2). \end{aligned}$$

Эта разность неотрицательна, так как

$$(a - b)^2 \geq 0, \quad a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0. \blacktriangle$$

✓ **Пример 2.** Доказать, что при любом целом $n > 1$ выполняется неравенство

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} < 2.$$

△ Поскольку сумма в левой части неравенства содержит $2n + 1$ убывающих слагаемых

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} < \frac{2n+1}{n+1} < \frac{2n+2}{n+1} = 2. \blacktriangle$$

Задачи и упражнения

- 15.1. Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ определены на множестве M . Рассмотрим уравнения $f(x) = g(x)$ и $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{g(x)}$.
- 1) Равносильны ли эти уравнения на множестве M ?
 - 2) Если не равносильны, то при каких дополнительных условиях они равносильны?
 - 3) Какое из уравнений есть следствие другого?
- 15.2. Ответить на те же вопросы, что и в задаче 1, для уравнений
- 1) $f(x) = g(x)$ и $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$;
 - 2) $f(x) = g(x)$ и $f^3(x) = g^3(x)$;
 - 3) $\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)} = \varphi(x)$ и $\sqrt{f(x)g(x)} = \varphi(x)$, предполагая, что функция $\varphi(x)$ определена на множестве M .
- 16.1. Не находя корни x_1 и x_2 уравнения $2x^2 - 3x - 6 = 0$, вычислить:
- 1) $x_1^2 + x_2^2$;
 - 2) $x_1^3 + x_2^3$;
 - 3) $x_1^4 + x_2^4$;
 - 4) $x_1^6 + x_2^6$.
- 16.2. Сократить дробь: 1) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 2}$; 2) $\frac{6x^2 + x - 2}{10x^2 - 11x + 3}$.
- 16.3. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найти p и q , если числа $x_1 + 1$ и $x_2 + 1$ — корни уравнения $x^2 - p^2x + pq = 0$.
- 16.4. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, а $S_n = x_1^n + x_2^n$. Доказать, что $S_{n+1} + pS_n + qS_{n-1} = 0$.
- 16.5. Даны уравнения $x^2 + p_1x + q_1 = 0$ и $x^2 + p_2x + q_2 = 0$. Доказать, что по крайней мере одно из них имеет действительные корни, если $p_1p_2 = 2(q_1 + q_2)$.

Особенности задачного материала учебников



Большое внимание уделено геометрическим иллюстрациям и графическим методам решения алгебраических задач. В большинстве параграфов приводится разбор задач с параметром на соответствующую тему.

Пример 10. Пусть G — треугольник, образуемый при пересечении прямых l_1, l_2, l_3 , заданных соответственно уравнениями

$$y - 3x + 9 = 0, \quad x + y - 3 = 0, \quad y - x - 3 = 0,$$

а фигура Φ состоит из точек множества G таких, что неравенство

$$t^2 + 2t(x - 2) + 7 - y > 0$$

выполняется при всех значениях параметра t . Найти площадь фигуры Φ .

△ В примере 5, §88 было установлено, что прямые l_1 и l_2 пересекаются в точке $A(6; 9)$, прямые l_2 и l_3 — в точке $B(0; 3)$, прямые l_1 и l_3 — в точке $C(3; 0)$, а площадь треугольника ABC равна 18. Неравенство

$$t^2 + 2t(x - 2) + 7 - y > 0$$

является верным при всех $t \in \mathbb{R}$ тогда и только тогда, когда дискриминант квадратного трёхчлена в его левой части отрицателен:

$$(x - 2)^2 - (7 - y) < 0,$$

т. е.

$$y < 7 - (x - 2)^2. \quad (5)$$

Условию (5) удовлетворяют все точки, лежащие под параболой $y = 7 - (x - 2)^2$ с вершиной $E(2; 7)$, а фигура Φ уже закрашена на рисунке 20, где $F(4; 3)$ — точка пересечения параболы с прямой l_1 , $K(3; 6)$ — точка пересечения параболы с прямой l_2 .

Если σ — площадь фигуры Φ , то $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, где σ_1 — площадь треугольника ACF , σ_2 — площадь треугольника AKM , где $M(3; 3)$ — точка пересечения AF и KC , σ_3 — площадь криволинейного треугольника KMF .

Так как

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} 4 \cdot 3 = 6, \quad \sigma_2 = \frac{9}{2},$$

$$\sigma_3 = \int_3^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_3^4 = \frac{5}{3}, \quad \text{то } \sigma = \frac{73}{6}.$$

Ответ. $\frac{73}{6}$. ▲

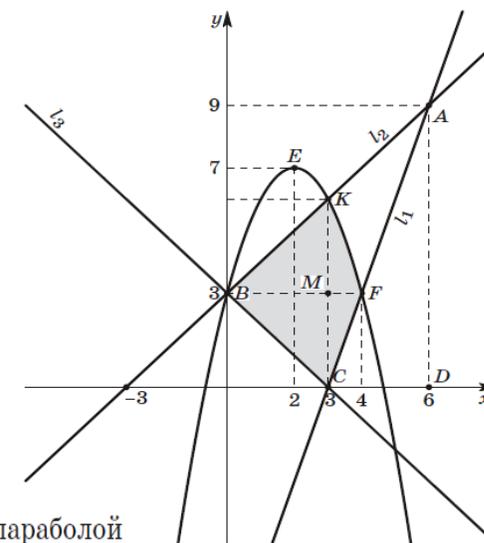


Рис. 20



Сборник рабочих программ

М. И. ШАБУНИН, А. А. ПРОКОФЬЕВ

«АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

Углублённый уровень

I вариант: 4 ч в неделю; II вариант: 5 ч в неделю

Номера параграфов и пунктов	Содержание материала	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
		I	II	
10 класс				
Глава I. Элементы математической логики				
§ 1	Высказывания и операции над ними	2	4	Приводить примеры высказываний (давать определение). Строить отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, эквиваленцию, импликацию высказываний в простейших случаях. Формулировать неопределённые высказывания с использованием знаков общности и существования. Применять в простейших случаях правило построения отрицания высказываний, содержащих знаки общности и существования. Различать необходимые и достаточные условия. Формулировать обратную и противоположную теорему для данной теоремы.
п. 1–6	Высказывания. Операция отрицания. Конъюнкция двух высказываний. Дизъюнкция двух высказываний. Эквиваленция двух высказываний. Импликация	2	2	
п. 7*	Алгебра высказываний	—	1	
	Решение логических задач	—	1	
§ 2	Неопределённые высказывания. Знаки общности и существования	2	2	
§ 3	Некоторые приёмы доказательства	1	4	
п. 1, 2	Необходимые условия. Достаточные условия. Обратные и противоположные теоремы. Необходимые и достаточные условия	1	1	





Методические рекомендации к УМК



Книга содержит краткое изложение теоретических сведений по параграфам и разбор всех типов задач, отражающих применение основных методов решения.

Последовательность изложения материала полностью соответствует содержанию учебников.

Во всех главах методических рекомендаций содержится вводная часть, позволяющая расставить акценты при изучении материала.

В большинстве глав, содержащих новый для школьников понятийный аппарат и теоретический материал, даются указания по верному формированию этих понятий у школьников.



Методические рекомендации к УМК



Глава II. Числовые множества

Изучение темы следует начать с определения операций над множествами и вывода их свойств. При этом следует отметить, что основные свойства необходимо доказывать с помощью преобразования высказываний или построения таблиц истинности. Только после этого равенство множеств можно доказывать путем преобразований множеств согласно основным свойствам операции. Диаграммы Эйлера—Венна являются лишь иллюстрацией и не могут служить доказательством.

Пятый параграф в основном содержит повторение материала, изученного в основной школе. Особое внимание уделено способам перевода рациональных дробей в десятичные периодические и наоборот. Следует подчеркнуть, что, для того чтобы производить арифметические действия с числами, представленными десятичными периодическими дробями, необходимо записать их в виде рациональных дробей. Также необходимо рассмотреть вопросы, связанные со сравнением действительных чисел, как необходимые в дальнейшем при решении уравнений и неравенств. Важно подчеркнуть, что при этом неверное округление без привлечения соответствующих неравенств может привести к неверному результату.

При изучении степеней и корней следует обратить внимание на различие числовых множеств, на которых определены корни нечётной степени и соответствующие степени. Часто встречающейся ошибкой является неверное вынесение выражения из-под знака корня чётной степени. Также важным для дальнейшего решения уравнений и неравенств является умение выделять полные квадраты в подкоренных выражениях, особенно содержащих иррациональность.

В параграфе «Логарифмы» приводится лишь определение логарифма и его основные свойства. Изучение параграфа следует начать с подробного рассмотрения определения, вычисления различных логарифмов, решения простейших уравнений, требующих только знания определения логарифма. Особое внимание следует уделить рассмотрению условий, при которых определены логарифмические выражения, содержащие переменную под знаком логарифма или в его основании.

Параграф «Суммирование» не только является повторением и обобщением тем, изученных в основной школе, но и включает в себя задачи, связанные с применением биннома Ньютона. При рассмотрении арифметической и геометрической, в том числе бесконечно убывающей, прогрессий следует обратить внимание на применение их характеристических свойств.

При изучении способа доказательства числовых неравенств имеет смысл подробно остановиться на доказательствах методом математической индукции. Следует также подчеркнуть, что применение неравенств, в частности неравенств Коши, Коши — Буняковского и Бернулли, оказывается полезным при решении уравнений. Многие из приведённых в примерах неравенств легко преобразуются в уравнения. Также вопрос о том, при каких значениях достигается равенство, сводится к вопросу о решениях уравнения.

§ 4. Множества. Операции над множествами

Считается, что множество задаётся свойством, обладание которым делает объект принадлежащим к этому множеству. Предметы (объекты), составляющие множество, называются его элементами. То, что a является элементом множества A , записывается так: $a \in A$ (читается « a принадлежит множеству A » или « a входит в множество A »). Запись $a \notin A$ означает, что a не является элементом множества A . Множество, не содержащее элементов, называют пустым множеством и обозначают \emptyset .

Множества A и B равны, если они состоят из одних и тех же элементов. В этом случае пишут: $A = B$.

Если любой элемент множества A принадлежит множеству B , то множество A называется подмножеством множества B (обозначается $A \subset B$, читается «множество A содержится в множестве B », или « A включено в B », или «множество B содержит множество A »). Справедливо утверждение $A \subset A$.

Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то $A = B$.

Множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B , называется *объединением множеств A и B* (обозначается $A \cup B$, читается «объединение A и B »). При этом не исключается, что элемент a принадлежит обоим множествам.

Множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству A , так и множеству B , называется *пересечением множеств* (обозначается $A \cap B$, читается «пересечение A и B »). Два множества называются *непересекающимися*, если $A \cap B = \emptyset$.

Множество, состоящее из всех элементов множества A , не принадлежащих множеству B , называется *разностью множеств A и B* (обозначается $A \setminus B$, читается « A без B » или « A минус B »).

Дополнением множества A называется множество всех объектов из некоторого *универсального множества U* , не являющихся элементами множества A .

Замечание. С точки зрения теории множеств слова о принадлежности прямой l плоскости α являются некорректными. Элементами множества «плоскость» являются точки, прямая не является элементом плоскости, но является подмножеством плоскости: $l \subset \alpha$.

Вопрос о нахождении пересечения, объединения, разности числовых множеств возникает, в частности, при решении уравнений, систем и неравенств. Например, при решении, связанном с разбором случаев, в ответе нужно объединить полученные множества. Если при решении задачи возникает ограничение в виде отрицания, например, знаменатель не равен 0, то мы фактически находим разность множеств.

Пример 1. Пусть $A = \{2; 5; 7\}$ — множество решений уравнения $f(x) = 0$, $B = \{-2; -5; 2\}$ — множество решений уравнения $g(x) = 0$. Найти множество C решений уравнения $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$.

Δ Решением уравнения $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ являются те значения x , при которых $f(x) = 0$ и $g(x) \neq 0$, т. е. $C = A \setminus B = \{5; 7\}$.

Ответ. $\{5; 7\}$. \blacktriangle

Пример 2. Пусть $A = [2; 3] \cup [5; +\infty)$ — множество решений уравнения $f(x) = 0$, $B = [3; 6) \cup (6; +\infty)$ — множество решений уравнения $g(x) = 0$. Найти множество C решений уравнения $f^2(x) + g^2(x) = 0$.

Δ Решением уравнения $f^2(x) + g^2(x) = 0$ являются те значения x , при которых $f(x) = 0$ и $g(x) = 0$, т. е. $C = A \cap B = \{3\} \cup [5; 6) \cup (6; +\infty)$.

Ответ. $\{3\} \cup [5; 6) \cup (6; +\infty)$. \blacktriangle



Методические рекомендации к УМК

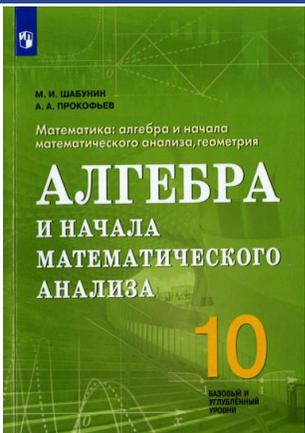


Разобранные в методических рекомендациях примеры не дублируют решённые примеры учебников, что позволяет учителю существенно расширить методическую базу.

В пособии приводится примерное тематическое планирование для трёх вариантов изучения курса алгебры и начал математического анализа:

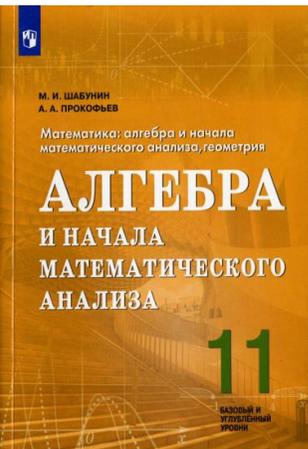
- на базовом расширенном уровне, рассчитанном на 3 ч в неделю,
- углублённом уровне в двух вариантах, рассчитанных на 4 и 5 ч в неделю.

К методическим рекомендациям прилагается примерное поурочное планирование учебного материала.



Методические рекомендации к УМК

главы	содержание учебника	количество часов		
		3 ч в неделю	4 ч в неделю	5 ч в неделю
10 класс				
Глава 1	Элементы математической логики.	5	5	10
Глава 2	Числовые множества.	15	18	24
Глава 3	Функции.	14	18	22
Глава 4	Алгебраические уравнения и неравенства.	14	18	19
Глава 5	Тригонометрические формулы.	15	17	18
Глава 6	Комплексные числа.	-	11	15
Глава 7	Многочлены от одной переменной.	10	12	12
Глава 8	Системы алгебраических уравнений.	7	8	10
Глава 9	Предел и непрерывность функции.	8	11	17
Глава 10	Степенная, показательная и логарифмические функции.	17	21	28
Итого за 10 класс:		105	140	175



Методические рекомендации к УМК



главы	содержание учебника	количество часов		
		3 ч в неделю	4 ч в неделю	5 ч в неделю
11 класс				
Глава 11	Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.	9	10	12
Глава 12	Тригонометрические уравнения и неравенства.	12	16	20
Глава 13	Производная и дифференциал.	14	14	16
Глава 14	Применение производной к исследованию функций.	12	14	16
Глава 15	Первообразная и интеграл.	16	17	21
Глава 16	Дифференциальные уравнения.	-	-	факульт.
Глава 17	Системы уравнений и неравенств различных типов.	11	13	18
Глава 18	Уравнения и неравенства с двумя переменными.	7	15	18
Глава 19	Делимость целых чисел.	-	10	12
Глава 20	Комбинаторика.	6	7	12
Глава 21	Элементы теории вероятностей.	8	8	12
	Повторение	10	16	18
	Итого за 11 класс:	105	140	175

Страница электронных учебников на сайте издательства <https://digital.prosv.ru/>



**Электронные учебники:
новая образовательная реальность**



Издательство [«Просвещение»](https://digital.prosv.ru/) подготовило ЭФУ ко всем своим учебникам. Познакомиться с ними можно на странице сайта издательства, посвящённой ЭФУ. Переход на неё с главной страницы сайта издательства <https://prosv.ru/> в раздел «Электронный учебник».

На этой странице можно ознакомиться с информацией об электронных формах учебников, требованиями Министерства просвещения РФ к ЭФУ, обновлёнными нормами СанПиН, а также техническими требованиями к устройствам, на которые планируется устанавливать ЭФУ. Здесь же имеется раздел «Частые вопросы».

Группа компаний «Просвещение» <https://prosv.ru>



- ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНИК
- ОСТОРОЖНО - КОНТРАФАКТ!
- СФЕРЫ
- МОЯ БУДУЩАЯ ПРОФЕССИЯ
- ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ
- КЛЮЧЕВЫЕ СОБЫТИЯ

- ДЕТЯМ О ВОВ
- ДОШКОЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
- НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА
- ЗДОРОВО БЫТЬ ЗДОРОВЫМ
- ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ
- СЕРИЯ «ВНЕУРОЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ»
- СЕРИЯ «ПРОФИЛЬНАЯ ШКОЛА»
- СЕРИЯ «ЗАДАЧНИК»

- СЕРИЯ «ФГОС ОВЗ»
- ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ДЕТЕЙ С ОВЗ

Открытая
экспертиза
учебников
и пособий



Рабочие
программы
для учителей



Академия
Просвещение



Международный
конкурс
Уроки Победы



Презентации,
буклеты,
листовки



Карьера
в «Просвещении»



Вебинары

Дистанционное
обучение



ФПУ



Электронные формы учебников «Просвещение»



<https://digital.prosv.ru>



Об ЭФУ



Пользователю



Библиотекарю



Дистрибьютору



Частые вопросы



Скачать приложение

Цифровые ресурсы и сервисы для школы

Группа компаний «Просвещение», поддерживая рекомендации Минпросвещения РФ о переводе образовательного процесса в дистанционную форму, открывает **свободный доступ к электронным формам учебников и образовательным сервисам**. Также организована горячая линия методической помощи для учителей и школ vopros@prosv.ru.



Об электронной форме учебников



Об ЭФУ



Пользователю



Библиотекарю



Дистрибьютору



Частые вопросы



Скачать приложение

Главная / Об ЭФУ

Что такое электронная форма учебника?

Электронный учебник – удобное решение для учителей и учеников, которое обеспечивает доступ к образовательному контенту в нужное время с помощью приложения для компьютеров и планшетов. Дети могут заменить тяжёлый рюкзак на компактное устройство, которое содержит все необходимые учебники.



Пользователю



Об ЭФУ



Пользователю



Библиотекарю



Дистрибьютору



Частые вопросы



Скачать приложение

Главная / Пользователю

Пользователю

Технические требования приложения «Учебники Просвещения» и электронных учебников

Установка приложения на разных устройствах

Использование приложения

Технические требования приложения «Учебники Просвещения» и электронных учебников

Электронный учебник работает на устройствах со следующими операционными системами:

Планшеты:

- Android версии 4.4 и выше;
- iOS версии 9 и выше.

Компьютеры, ноутбуки:

- Windows 7 и выше.



Частые вопросы



Об ЭФУ



Пользователю



Библиотекарю



Дистрибьютору



Частые вопросы



Скачать приложение

[Главная](#) / [Частые вопросы](#)

Частые вопросы

[Вопросы по работе с электронными учебниками и приложением «Учебники Просвещение»](#)

[Вопросы по работе с Системой управления лицензиями](#)

Вопросы по работе с электронными учебниками и приложением «Учебники Просвещение»

Как пользоваться электронными учебниками?

Для использования электронных учебников вам необходимо установить приложение «Учебники Просвещение» на своё устройство.

- Ссылка для установки версии для Windows 7 и выше (универсальная);
- Ссылка для установки версии Windows 8.1 и выше (Microsoft Store);
- Ссылка для установки версии для Android 4.4 и выше;
- Ссылка для установки iOS 9 и выше.

Страница ЭФУ на сайте издательства <http://digital.prosv.ru> Информация для пользователей



В приложении «Учебники Просвещение» доступны следующие функции:

- Персональная регистрация пользователей.
- Демоверсии учебников на 1 месяц.
- Введение кодов и промокодов для доступа к учебникам.
- Возможность покупки ЭФУ в приложении.

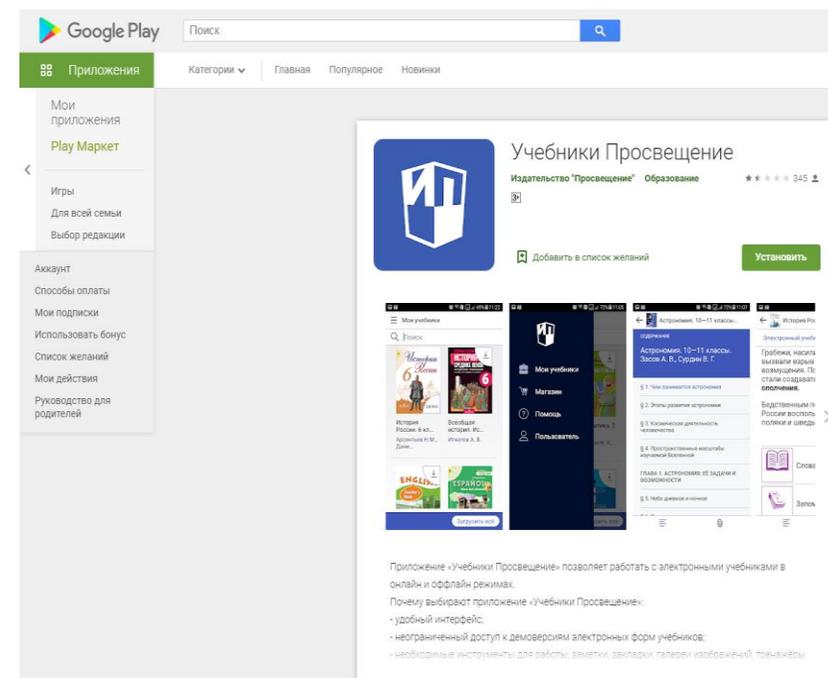
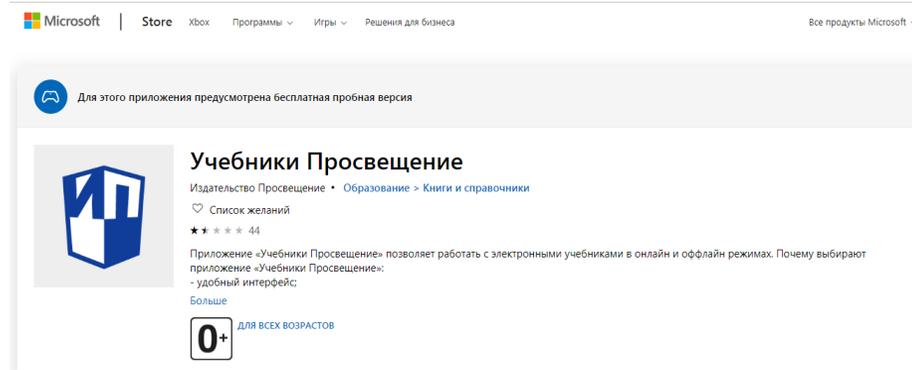
Ознакомиться с возможностями электронной формы учебника издательства «Просвещения» можно, установив демоверсии. Для этого необходимо скачать на устройство обновленное приложение «Учебники Просвещение».

[для ОС Windows 7;](#)

[для ОС Windows 8.1 в Windows Market;](#)

[для ОС iOS 7 и выше в Apple Store;](#)

[для ОС Android 4.4 и выше Google Play.](#)



Электронная форма учебников



0 приложения



Технические требования приложения

- Windows 7 и выше
- Android 4.4 и выше
- iOS 9 и выше
- диагональ экрана 10.1"
- наличие свободной памяти от 3 ГБ



Технологические платформы

- компьютеры под управлением ОС Windows 7, 8, 8.1, 10
- планшеты под управлением ОС Android 4.4 и выше
- iPad



Для работы не требует подключения к Интернету

Интернет нужен для загрузки учебника на устройство.
Загруженные учебники работают автономно, то есть не требуют подключения к интернету



Приобретение учебников внутри приложения

Покупка учебников возможна напрямую из приложения, а также на сайте интернет-магазина Издательства

Как приобрести ЭФУ?



Как школе приобрести ЭФУ?





Помощь вовремя: бесплатные ЭФУ

На 3 месяца мы открываем бесплатный доступ для всех образовательных организаций к электронным формам учебников*

[ПОЛУЧИТЬ ДОСТУП](#)

[ИНСТРУКЦИЯ](#)



Дистанционное обучение с помощью «Просвещения» «Получить доступ»





ПРОСВЕЩЕНИЕ

Добро пожаловать
в личный кабинет

Войти **Регистрация**

E-mail адрес

Пароль

Войти [Забыли пароль?](#)

Войти через

   [Ещё ▾](#)



Медиатека

Предметы

 Английский язык	 Астрономия	 Биология	 Внеурочная деятельность	 География	 Естествознание
 Изобразительное искусство	 Информатика	 Испанский язык	 История	 Китайский язык	 Литература
 Литературное чтение	 Математика	 МХК	 Музыка	 Немецкий язык	 Окружающий мир
 ОБЖ	 Природоведение	 Обществознание	 Педагогика и психология	 Русский язык	 Религия и светская этика
 Технология	 Физика	 Французский язык	 Химия	 Чтение	 Шахматы
 Экономика	 Экология	Все предметы			

Библиотека ЭФУ по математике



Библиотека

https://media.prosv.ru/content/?subject=1&level=7&type=E

ПРОСВЕЩЕНИЕ

Главная Библиотека Новости

Марина

7 класс Математика Учебники Избранное Мой портфель

Вся библиотека

Алгебра. 7 класс *
Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г.,
Нешков К. И. и др. / Под ред. ...

Алгебра. 7 класс.
Дорофеев Г. В.

Алгебра. 7 класс.
Дорофеев Г. В., Суворова С. Б.,
Бунимович Е. А. и др.

Алгебра. 7 класс. Углублённый
уровень
Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г.,
Нешков К. И. и др.

Алгебра. 7 класс Электронная
форма учебника.
Колягин Ю. М., Ткачева М. В.,
Федорова Н. Е. и др.

Алгебра. 7 класс. Электронная
форма учебника. Полная версия...
None

Электронные формы учебников



Требования Министерства образования и науки Российской Федерации к ЭФУ
(Приказ № 870 от 18 июля 2016 г.)

представлена в общедоступных форматах, не имеющих лицензионных ограничений для участника образовательного процесса



может быть воспроизведена на трех и более операционных системах, не менее двух из которых для мобильных устройств



должна воспроизводиться на не менее, чем двух видах электронных устройств (стационарный или персональный компьютер, в том числе с подключением интерактивной доски, планшетный компьютер и иное)



функционирует на устройствах пользователей без подключения к сети Интернет (за исключением внешних ссылок)



реализует возможность создания пользователем заметок, закладок и перехода к ним

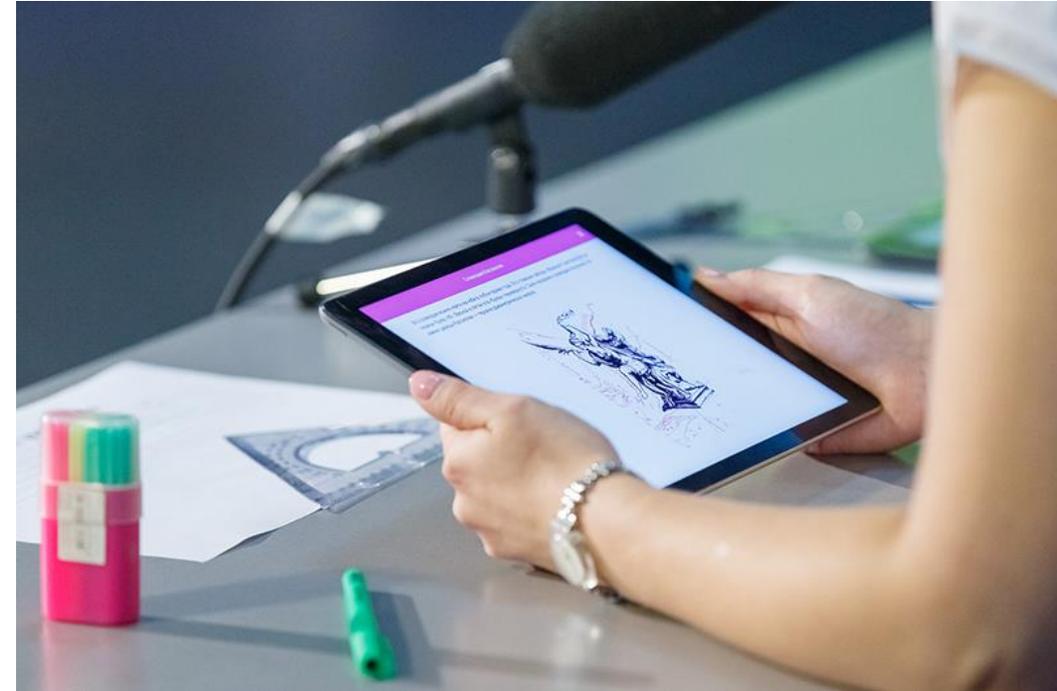


поддерживает возможность определения номера страниц печатной версии учебника, на которой расположено содержание текущей страницы учебника в электронной форме



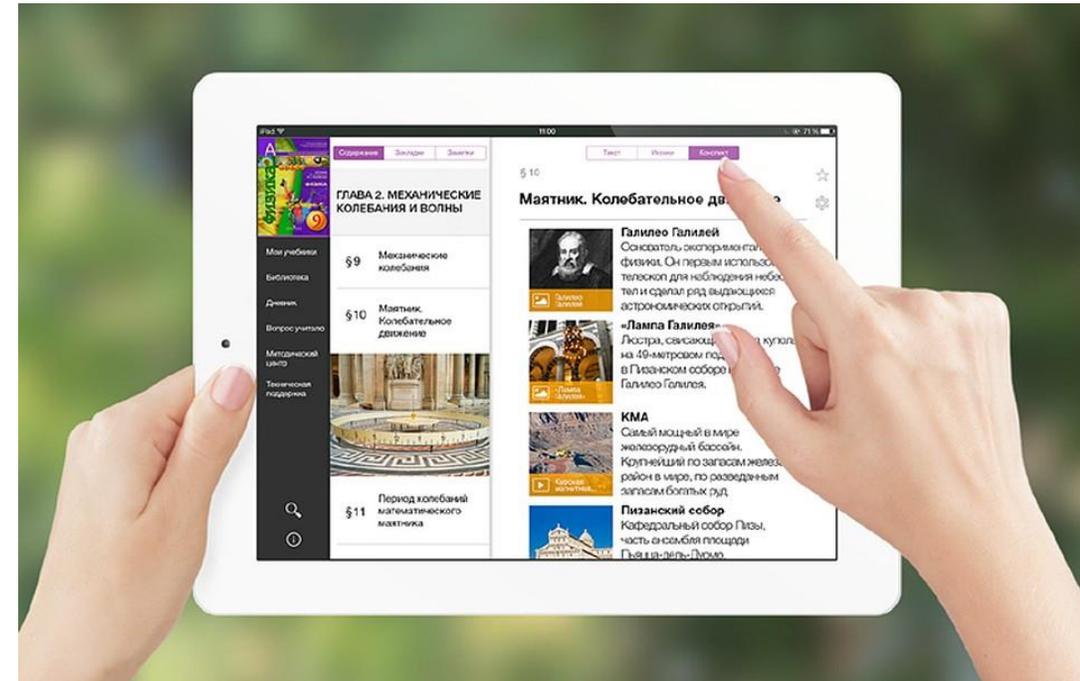
Функциональные возможности ЭФУ

- Тестовые задания к каждой теме или разделу учебника для подготовки к контролю знаний, ОГЭ и ЕГЭ.
- Обширная база мультимедиа контента и интерактивных объектов в каждом учебнике.
- Удобная навигация.
- Инструменты изменения размера шрифта, создания заметок и закладок.



Интерактивные возможности ЭФУ

- ✓ Увеличивает **визуализацию** учебного материала,
- ✓ обеспечивает **оперативный контроль** и коррекцию результатов учебной деятельности,
- ✓ обеспечивает доступ к **новым источникам** учебной информации,
- ✓ предоставляет учащимся средства решения учебных и практических задач, формирующих исследовательские, проектировочные умения, творческий характер их деятельности.





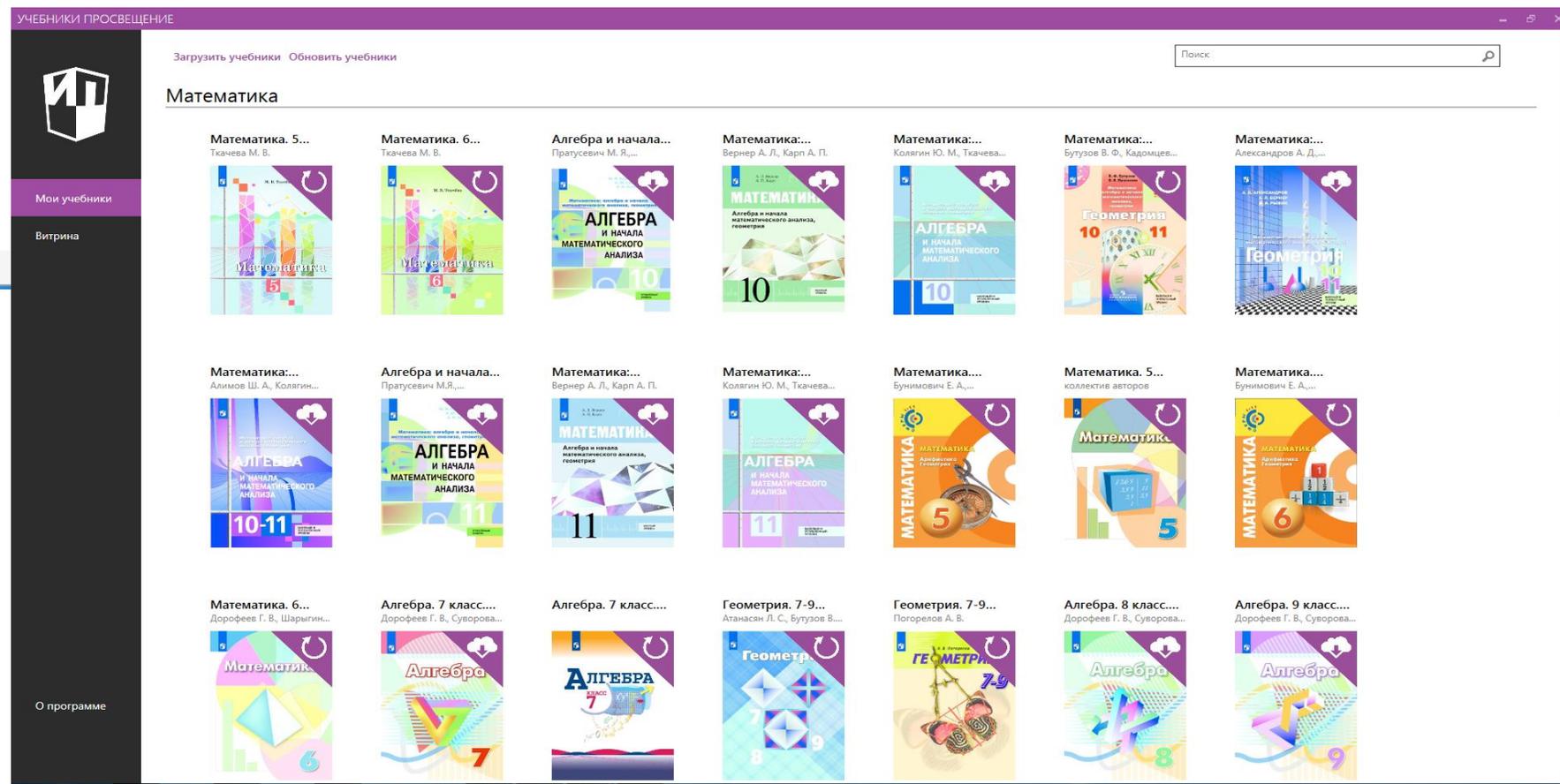
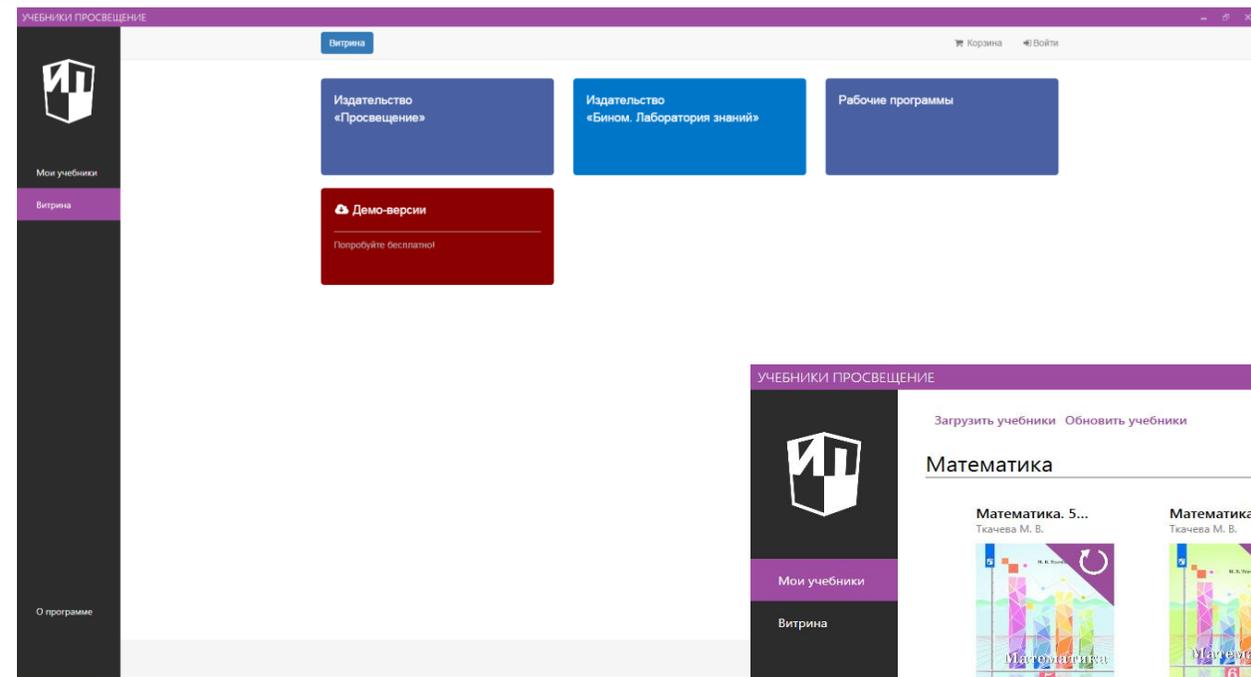
Педагогические возможности ЭФУ

- Организация контроля и самоконтроля по результатам изучения темы.
- Реализация технологий мобильного, дистанционного или смешанного обучения.
- Реализация требований ФГОС по формированию информационно-образовательной среды системой электронных образовательных ресурсов.





Стартовые страницы в приложении «Учебник Просвещение»



Стартовая страница в приложении имеет вид мозаики из обложек учебников. Если на обложке есть знак «облачко», значит учебник имеется, но ещё не загружен. После загрузки надо нажать на обложку учебника, и он откроется на первой странице

Средства контроля и самоконтроля в ЭФУ



Средства контроля и самоконтроля реализованы в электронном учебнике в виде тестирования. Для каждого учебника создана база проверочных заданий. При каждом входе в режим проверки знаний генерируется уникальный тест из определённого количества заданий. Они могут быть использованы педагогом для разных целей.

Чтобы увидеть наличие контрольно-диагностических материалов, надо нажать на стрелку вверху страницы справа от слов «печатный учебник». В тестах предусмотрены разные формы ответов на вопросы.

**ЗАПОЛНЕНИЕ
ПРОПУСКОВ**

**ВЫБОР ВАРИАНТ
ИЗ СПИСКА**

ВВОД ЗНАЧЕНИЯ

УПОРЯДОЧИВАНИЕ

СООТВЕТСТВИЕ



Средства контроля и самоконтроля в ЭФУ

В электронных формах учебников предусмотрены два режима для тестов: «тренажёр» и «контроль».

Режим «тренажёр» используется для самопроверки, отработки пройденного материала или текущей проверки знаний. Он позволяет пользователю проходить вопросы теста по порядку, завершить тестирование и увидеть отчёт о прохождении и, если необходимо, пройти тест ещё раз для отработки заданий, на которые были даны неверные ответы.

Режим «контроль» не позволяет проходить тест многократно и не показывает какие ответы были неверными. По итогам его прохождения ученику будет показан его итоговый результат. Например, «Ваш результат 4 из 4. Покажите результат учителю». И учитель сам будет решать, как оценить такую работу ученика.

Примеры тестов в ЭФУ

Тренажер 7.3.



Тип 1.

1. Найдите область определения выражения $A = \log_{2x} \frac{2x-6}{3x-15}$.

Варианты ответов: 1) $(0; 0,5) \cup (0,5; +\infty)$; 2) $(0; 0,5) \cup (0,5; 3] \cup (5; +\infty)$;

3) $(0; 0,5) \cup (0,5; 5) \cup (5; +\infty)$; 4) $[3; 5)$; 5) среди приведенных вариантов ответов нет правильного ответа.

Тип 1.

2. Найдите область определения выражения $\log_{2,5-x} (10 - 3x - x^2)$.

Варианты ответов: 1) $(-\infty; -5) \cup (2; 2,5)$; 2) $(-\infty; -5)$; 3) $(-5; 2)$;
4) $(-5; 1,5) \cup (1,5; 2)$.

Тип 5.

3. Вычислите значение выражения $A = \frac{81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 3^{\frac{4}{\log_7 9}}}{674} \cdot \left(64^{\frac{1}{\log_9 4}} - (\sqrt{5})^{\frac{2}{\log_6 5}} \right)$.

Ответ запишите числом.

1. Ответ: 1; 2; 3; 4; 5.

2. Ответ: 1; 2; 3; 4.

3. Ответ: 723.



Тренажер 37.3

1 (Тип 1). Определите количество делителей числа $3^n 5^m 7^k$, где $n, m, k \in \mathbb{N}$.

В ответе укажите номер правильного ответа среди приведенных ниже вариантов ответов.

Варианты ответов: 1) $n \cdot m \cdot k$; 2) $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$; 3) $(n-1)(m-1)(k-1)$;

4) $3^n 5^m 7^k$; 5) $(n+1)(m+1)(k+1)$.

2 (Тип 5). Используя алгоритм Евклида, найдите все натуральные числа, на которые может оказаться сократимой дробь $\frac{5n+8}{3n+4}$. Ответ запишите числом.

3 (Тип 5). Найдите все натуральные n , при которых число $\frac{3n^2+28}{5n^2+10}$ является целым. Ответ запишите числом.

1. Ответ: 1; 2; 3; 4; 5.

2. Ответ: 2.

3. Ответ: 3.



- БИОЛОГИЯ
- ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ
- ИНФОРМАТИКА
- МАТЕМАТИКА И АЛГЕБРА
- ФИЗИКА
- ХИМИЯ
- АСТРОНОМИЯ
- ГЕОМЕТРИЯ

- ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОЕ ИСКУССТВО
- МУЗЫКА
- ОБЖ
- ТЕХНОЛОГИЯ (ТРУД)
- ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА
- ОСНОВЫ РЕЛИГИОЗНЫХ КУЛЬТУР И СВЕТСКОЙ ЭТИКИ



ОСНОВАНО В 1930

Интернет-магазин  Каталог

 О группе компаний

Где купить  +7 (495) 789-30-40  EN

Скидка по промокоду Parents2020
на все учебные пособия!

← Родительским комитетам и родителям

В магазин





ОСНОВАНО В 1930

← Главная

Математика и Алгебра

- Новости
- Публикации
- Вебинары

МАТЕМАТИКА И АЛГЕБРА

Учебные пособия



УМК Алгебра и начала математического анализа. Шабунин М.И. (10-11) Базовый и углублённый уровни



УМК Алгебра и начала математического анализа. Колмогоров А.Н. (10-11) Базовый уровень

← Математика и Алгебра

УМК Алгебра и начала математического анализа. Шабунин М.И. (10-11) Базовый и углублённый уровни

Об УМК

Вебинары

У вас возникли вопросы?

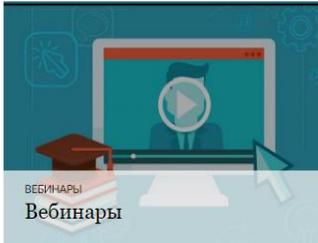
Пишите, методисты издательства «Просвещение» обязательно ответят вам.

 fpu@prosv.ru

ИЗДА. ШАБУНИН М.И. (10-11) БАЗОВЫЙ И УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВНИ



Об УМК
УМК по алгебре М.И. Шабунин 10-11 (Инженерный курс)



ВЕБИНАРЫ
Вебинары

УМК по классам

10 класс

←



11 класс

←



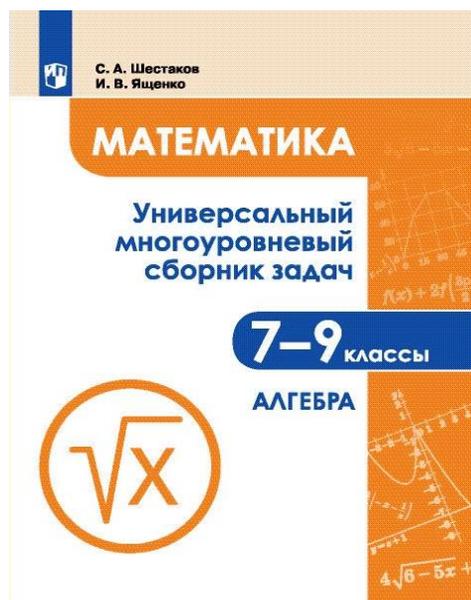
Задачники



Зив Б.Г.
Геометрия.
Задачи по
планиметрии.
7-9 классы



Прасолов В.В.
Задачи
повышенной
сложности по
геометрии.



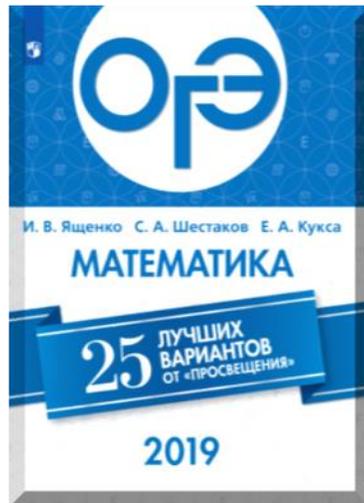
Универсальные многоуровневые сборники
задач для основной школы.
Под редакцией И.В. Яценко



НОВИНКИ



Пособия для подготовки к итоговой аттестации





Пособие по математике 25 лучших вариантов ЕГЭ от «Просвещения» А.А. Прокофьев



- 25 вариантов работ ЕГЭ с ответами ко всем заданиям,
- листы достижения,
- критерии оценивания,
- бланки ответов №1 и №2,

- первые 20 вариантов сгруппированы парами: в каждой паре предложены аналогичные задания,
- из них 10 вариантов (варианты 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19) с решением всех заданий части 2,
- варианты 1—10 предназначены для учащихся 10 классов и рекомендуются для решения по мере изучения программы по математике в 10 классе,
- варианты 11—20 предназначены для учащихся 11 классов и рекомендуются для решения по мере изучения программы по математике в 11 классе,
- варианты 21—25 рекомендуются для решения учащимися на заключительном этапе подготовки к ЕГЭ по математике на профильном уровне.



Вариант работы в пособии

«25 лучших вариантов от «Просвещения»»



ВАРИАНТ 3

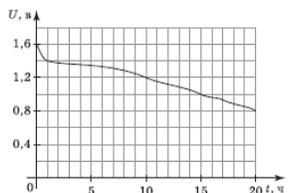
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

ЧАСТЬ 1

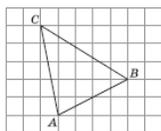
1. Оптовая цена учебника 160 р. Розничная цена на 40% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 5000 р.?

Ответ: _____

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в сети от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика (в часах), на вертикальной оси — напряжение (в вольтах). Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,4 В до 1,2 В.



Ответ: _____



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите его площадь.

Ответ: _____

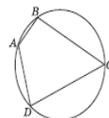
4. Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 200 р. каждая, три книги — по 50 р. и две книги — по 100 р. Найдите вероятность того, что две книги, взятые наудачу, стоят 250 р. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{3x-45} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

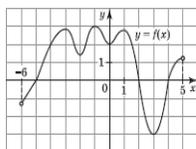
Ответ: _____

6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Известно, что $\angle BAD = 123^\circ$. Найдите $\angle BCD$. Ответ дайте в градусах.



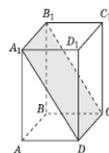
Ответ: _____

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $f(x)$ на этом интервале.



Ответ: _____

8. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 3, а высота — 4. Найдите площадь сечения $A_1 B_1 C D$ призмы сечущей плоскостью.



Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1**.

ЧАСТЬ 2

9. Найдите значение выражения $\frac{6a \cdot 13a}{\sqrt{a} \cdot 8a}$ при $a = 0,01$.

Ответ: _____

10. Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____

11. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 24 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения реки равна 2 км/ч, стоянка длится 5 ч, а в исходный пункт теплоход возвращается через 17 ч после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: _____

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 16^{x^2+2x+1}$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{x^2 - x - \frac{9}{2}}{2x + \sqrt{21}} = \frac{(2x^2 + x - 27)^2}{2x + \sqrt{21}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\frac{5}{4}; \frac{4}{\sqrt{3}}]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $PABCD$ с основанием $ABCD$ точка E делит высоту пирамиды PH в отношении $PE : EH = 2 : 1$.

а) Докажите, что плоскость DEC делит боковые рёбра AP и PB пирамиды пополам.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $PABCD$ плоскостью DEC , если $PC = 6$, $AB = 4$.

15. Решите неравенство $\frac{3}{x^2 - 4|x| + 4} + \frac{4}{|x| - 2} + 1 > 0$.

16. Две окружности пересекаются в точках A и B , причём центры окружностей лежат по одну сторону от их общей хорды AB . Через точку A проведены диаметры AC и AD этих окружностей.

а) Докажите, что точки D , B и C лежат на одной прямой.

б) Найдите отношение площадей четырёхугольника, вершинами которого являются центры окружностей и точки D , C , и треугольника BAC , если $BD = 7$, $DC = 13$.

17. Завод, состоящий из нескольких цехов, производящих однотипную продукцию, в 2016 г. увеличил к концу года ежедневный объём выпуска продукции на p_1 процентов по сравнению с началом года. Однако с первого дня 2017 г. несколько цехов, достигших суммарно к концу предыдущего года ежедневного объёма выпуска продукции, равного половине ежедневного объёма выпускаемой продукции всего завода в начале 2016 г., были закрыты на реконструкцию до начала следующего года. Остальные цеха увеличили к концу 2017 г. ежедневный объём выпуска своей продукции на p_2 процентов по сравнению с началом этого года. Известно, что $p_1 + p_2 = 60$. При каком значении p_1 общий ежедневный объём выпуска продукции заводом к концу 2017 г. будет иметь максимальное значение?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - 2(x + 2y) - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2a(x + y) - 2x - 2a^2 + 6a < 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Для членов последовательности натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n при всех натуральных $k < n - 2$ выполняется равенство $a_k = 2a_{k+1} - a_{k+2}$.

а) Приведите пример такой последовательности, для которой $a_{10} = 2018$.

б) Существует ли такая последовательность, для которой $a_1 + a_{2018} = 2018$?

в) При каком наибольшем значении n количества членов последовательности a_1, a_2, \dots, a_n , указанной в условии, для членов a_1, a_4, a_7, a_{10} выполняется равенство $a_1 - a_4 + a_7 - 3a_{10} = 2018$?

Решения и критерии оценивания в пособии «25 лучших вариантов от «Просвещения»



РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

ВАРИАНТ 1

- 13 а) Решите уравнение $2x^2 - 5 + \frac{72}{x^2} + 63\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right) = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

Решение. а) Заметим, что $\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right)^2 = \frac{x^2}{9} - \frac{4}{3} + \frac{4}{x^2} = \frac{1}{9}\left(x^2 + \frac{36}{x^2}\right) - \frac{4}{3}$. Отсюда $x^2 + \frac{36}{x^2} = 9\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right)^2 + 12$.
 Следовательно, $2x^2 + \frac{72}{x^2} - 5 = 2\left(x^2 + \frac{36}{x^2}\right) - 5 = 2\left(9\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right)^2 + 12\right) - 5 = 18\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right)^2 + 19$.
 Сделаем замену $t = \frac{x}{3} - \frac{2}{x}$, получим уравнение $18t^2 + 63t + 19 = 0$. (1)
 Дискриминант $D = 63^2 - 4 \cdot 18 \cdot 19 = 3^2 \cdot (21^2 - 8 \cdot 19) = 3^2 \cdot 289 = 3^2 \cdot 17^2 = 51^2$, значит, корни уравнения (1) равны $-\frac{19}{6}$ и $-\frac{1}{3}$. Выполняя обратную замену, получим:

1) $\frac{x}{3} - \frac{2}{x} = -\frac{19}{6} \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 19x - 12}{6x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 19x - 12 = 0 \\ 6x \neq 0 \end{cases}$
 Отсюда $x = \frac{-19 \pm \sqrt{457}}{4}$ или $x = \frac{-19 + \sqrt{457}}{4}$.
 2) $\frac{x}{3} - \frac{2}{x} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 6}{3x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0 \\ 3x \neq 0 \end{cases}$
 Отсюда $x = 2$ или $x = -3$.

б) Так как числа $\frac{-19 + \sqrt{457}}{4}$ и -3 отрицательные, то они не принадлежат промежутку $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

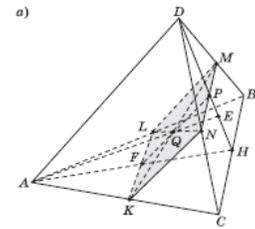
Заметим, что $21 = \sqrt{441} < \sqrt{484} = 22$. Тогда $\frac{-19 + 21}{4} < \frac{-19 + \sqrt{457}}{4} < \frac{-19 + 22}{4}$, $\frac{1}{2} < \frac{-19 + \sqrt{457}}{4} < \frac{3}{4}$. Следовательно, $\frac{-19 + \sqrt{457}}{4} \in \left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

Число 2 также принадлежит промежутку $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$.
Ответ. а) $\frac{-19 \pm \sqrt{457}}{4}$; 2; -3; б) 2; $\frac{-19 + \sqrt{457}}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ б получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

- 14 В тетраэдре $ABCD$ точки K, L, M и N — середины рёбер AC, AB, DB и DC соответственно.
 а) Докажите, что отрезки KM и LN пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.
 б) Пусть Q — точка пересечения отрезков KM и LN , E — точка пересечения прямой AQ с гранью CDB . Найдите отрезок DE , если $DB = DC = 10, BC = 12$.

Решение. а) Так как точки M и N — середины рёбер DB и DC соответственно, то отрезок NM — средняя линия треугольника CDB (рисунок а). Значит, $NM \parallel CB$ и $NM = \frac{1}{2}CB$.
 Аналогично отрезок KL — средняя линия треугольника CAB . Значит, $KL \parallel CB$ и $KL = \frac{1}{2}CB$.
 Следовательно, в четырёхугольнике $KLMN$ противоположные стороны параллельны (значит, точки K, L, M и N лежат в одной плоскости) и равны, т. е. четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а отрезки KM и LN — его диагонали, которые пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

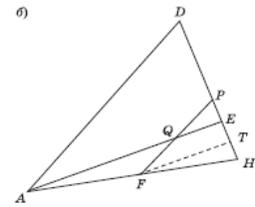


б) Проведём в треугольниках ABC и CDB медианы AN и DM (см. рисунок а). При этом отрезок AN пройдёт через точку F — середину средней линии KL треугольника ABC , а отрезок DM через точку P — середину средней линии MN треугольника CDB . Так как точки P и F принадлежат плоскости ADH , то и все точки отрезка FP принадлежат этой плоскости. Отрезок FP в параллелограмме $KLMN$ соединяет середины противоположных сторон, а значит, проходит через точку Q . Следовательно, точка Q также принадлежит плоскости ADH . Тогда и прямая AQ лежит в этой плоскости и её точка пересечения с гранью CDB лежит на медиане DM ($E = AQ \cap DM$).

Так как треугольник CDB равнобедренный, то медиана DM является и высотой. По теореме Пифагора для треугольника CDM находим

$$DM = \sqrt{DC^2 - CM^2} = \sqrt{DC^2 - \left(\frac{1}{2}CB\right)^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Найдём отношение, в котором точка E делит отрезок DM . На рисунке б точка Q — середина отрезка FP . Проведём отрезок $FT \parallel AE$. Поскольку точка F — середина отрезка AN , то FT — средняя линия в треугольнике AEN . Отсюда $ET = TN$. Так как QE — средняя линия в треугольнике FPT , то $TH = ET$. А так как P — середина отрезка DM , то $DP = PM = 3TE$. Тогда $\frac{DE}{EH} = \frac{DP + PE}{EH} = \frac{4ET}{2ET} = 2$. Отсюда $DE = \frac{2}{3}DM$. Тогда $DE = \frac{2}{3}DM = \frac{16}{3}$.
Ответ. б) $\frac{16}{3}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б	2
Выполнен только один из пунктов а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

- 15 Решите неравенство $\left(\frac{2}{x-4} + \frac{x-4}{2}\right)^2 \leq \frac{100}{9}$.

Решение. Пусть $t = \frac{x-4}{2}$. Тогда неравенство примет следующий вид:
 $\left(\frac{1}{t} + t\right)^2 \leq \frac{100}{9} \Leftrightarrow -\frac{10}{3} \leq \frac{1}{t} + t \leq \frac{10}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{t} + t \geq -\frac{10}{3} \\ \frac{1}{t} + t \leq \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3t^2 + 10t + 3}{t} \geq 0 \\ \frac{3t^2 - 10t + 3}{t} \leq 0 \end{cases}$

Решим первое неравенство полученной системы:
 $\frac{3t^2 + 10t + 3}{t} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3(t+3)\left(t+\frac{1}{3}\right)}{t} \geq 0 \Leftrightarrow t \in [-3; -\frac{1}{3}] \cup (0; +\infty)$.

Решим второе неравенство полученной системы:
 $\frac{3t^2 - 10t + 3}{t} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3(t-3)\left(t-\frac{1}{3}\right)}{t} \geq 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty; 0) \cup \left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

Находим пересечение полученных решений первого и второго неравенств системы:
 $t \in [-3; -\frac{1}{3}] \cup \left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

Выполняя обратную замену, получим
 $\begin{cases} -3 \leq \frac{x-4}{2} \leq -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \leq \frac{x-4}{2} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x-4 \leq -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \leq x-4 \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq \frac{10}{3} \\ \frac{14}{3} \leq x \leq 10 \end{cases}$

Ответ. $[-2; \frac{10}{3}] \cup \left[\frac{14}{3}; 10\right]$.

Сайт официального интернет-магазина издательства <https://shop.prosv.ru>



МОСКВА КАТАЛОГ КАК ЗАКАЗАТЬ ДОСТАВКА И ОПЛАТА

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОФИЦИАЛЬНЫЙ ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН

Поиск книг по названию/ предмету/ автору/ ISBN

Войти Корзина (0)

АКЦИЯ 🍏

Скидка по промокоду Parents2020
на все учебные пособия!
Родительским комитетам и родителям

Узнать больше

Новинки

ЕГЭ ГЕОГРАФИЯ Барабанов В. В., Жеребцов А.

География 8 И.В. Бондарева, И.М.

Русский язык 2 класс Бондаренко А. А.

Светлана Егорова

100 ЗАДАЧ НА ДВА ДНЯ 4 КЛАСС Рыдзе О. А.

СМС-РОБОТ ЧТЕНИЕ 4 КЛАСС Фомин О. В.

Промокод **vebinar** даёт скидку 5% на неограниченное число покупок в интернет-магазине shop.prosv.ru до 31 декабря 2020 г.
Скидка 7% по промокоду **Prosvet** действует до 30.09.2020.



Промокод
webprosv

Скидка 10% по промокоду действует в официальном интернет-магазине

<https://shop.prosv.ru>

и может использоваться неограниченное количество раз.

Срок действия до 30 июня 2020 г. Скидка не суммируется с другими акциями.